

■

Diana Bell
Eryl Rothwell Hughes
Joseph Rogers

■

ARIE, MASĂ, VOLUM

(Îndrumarea și încurajarea formării
și dezvoltării acestor concepte la copii)

Diana Bell
Eryl Rothwell Hughes
Joseph Rogers

ARIE, MASĂ, VOLUM

(Îndrumarea și încurajarea formării
și dezvoltării acestor concepte la copii)



EDITURA DIDACTICĂ ȘI PEDAGOGICĂ — BUCUREȘTI, 1981

Consiliul pentru programul de dezvoltare a conceptelor matematicii și ale științelor naturii la copiii de vîrstă între 7 și 11 ani.

Acest program a fost conceput la University College of North Wales, Bangor, între anii 1968—1973.

Colectivul care a pregătit proiectul

Joseph Rogers (conducător)

Diana Bell

Eryl Rothwell Hughes

Enid Griffiths (secretar)

Anne Scott

Meriel Williams } (asistenți auxiliari)

Traducerea: Florica Glod, cercetător

Traducerea s-a făcut după:

Area, weight, and volume; monitoring and encouraging children's conceptual development

© Schools Council Publications 1975

All rights reserved. No part of this publication may be reproduced, stored in a retrieval system, or transmitted, in any form or by any means, electronic, mechanical, photocopying, recording, or otherwise, without the prior permission of the copyright holder Thomas Nelson & Sons Ltd.

Redactor: Enescu George

Tehnoredactor: Petre Nazaru

Plan editură: 7046. Coli de tipar: 13,75.

Bun de tipar: 18.02.1981.



Tiparul executat sub comanda
nr. 1428 la
Întreprinderea poligrafică
„13 Decembrie 1918”,
str. Grigore Alexandrescu nr.89—97
București
Republica Socialistă România

Cuprins

Introducere 5

Profesorii și elevii în clasă 7

Predarea prin descoperire 7; Conceptualizarea și procesele gândirii 9; Măsurarea 10; Experimentarea 11; Înregistrarea datelor și interpretarea lor 13; Concluzii și prevederi 14; Rolul profesorului 14; Activitatea în clasă 16; Folosirea materialului impus 21; Administrarea materialului impus 22.

Conceptul de arie 24

Sortare și clasificare 24; Conservarea ariei, percepție și măsurări simple 33; Măsurări suplimentare ale ariilor 52; Utilizarea elementelor de logică și rezolvarea de probleme legate de arie 66.

Conceptul de masă 88

Corpuri mai grele, corpuri mai ușoare 88; Cântărirea corpurilor și clasificarea maselor acestora 98; Conservarea masei 102; Folosirea unităților de măsură 110; Folosirea elementelor de logică și rezolvarea de probleme 118; Măsurări suplimentare ale maselor 128.

Conceptul de volum 135

Sortare, aranjare și terminologie 136; Conservarea și simpla măsurare a volumului 148; Măsurări suplimentare ale volumului 164; Volum dislocuit 170; Utilizarea logicii și rezolvarea de probleme 182.

Piaget, profesorul și copilul 201

Ce este un concept? 203; Factori în formarea conceptului 206; Teoriile lui Piaget despre stadiile de dezvoltare 215.

Bibliografie 219

Introducere

Mark (de 7 ani): Toate obiectele mari sînt grele, deoarece nu le putem ridica cuprinzîndu-le cu brațele.

John (de 6 ani): Gravitația este un prieten al lui Moș Gerilă.

Profesorul: Cum adică?

John: Ați spus că gravitația întotdeauna trage obiectele în jos, așa că ea îl ajută pe Moș Gerilă să coboare pe coșul sobei.

Profesorul: Numеște obiecte care sînt grele.

Jane: Sacii cu cărbuni.

Profesorul: Bine, alte obiecte.

Susan: Munții.

Profesorul: Munții? De ce?

Susan: Unii munți sînt greu de urcat.

Această carte examinează factorii care afectează dezvoltarea conceptului în clasă și studiază felul cum înțeleg și ce confuzii fac copiii în vîrstă de 7—11 ani la însușirea noțiunilor de arie, masă și volum.

Rezultatele obținute au fost analizate și relatate ca orientări în proiectul de cercetare finanțat de Consiliul Școlilor, proiect care a implicat 1 300 de copii din 100 școli din Anglia * și Wales.

Inițial s-a intenționat să se examineze o gamă mai largă de concepte, care se întîlnesc în mod obișnuit în școala primară modernă (de exemplu forța, densitatea, energia), dar pe măsură ce cercetarea se extinde, a devenit clar pentru colectivul de cercetare că se cerea încă multă muncă asupra celor mai fundamentale concepte. Piaget și alți autori studiaseră deja replicile copiilor la temele predate referitoare la arie, masă și volum, dar s-a simțit nevoia ca legătura între rezultatele cercetării și indicațiile date pentru predarea acestor teme să fie mai strînsă.

S-a luat decizia să se scrie acest îndrumător în speranța ca sugestiile și comentariile să-i sprijine pe profesorii care urmăresc recomandările Consiliului Consultativ Central pentru Educație, prezentate în raportul „Copiii și școlile lor primare” (Raportul Plowden): „Diferențele individuale între copiii de aceeași vîrstă sînt atît de mari, încît orice

* Anglia [England], una din provinciile britanice, ca și Țara Galilor [Wales] (n. red)

clasă, oricît de omogenă pare, trebuie tratată ca un grup de copii, care necesită atenție individuală și diferită”.

Scriind acest îndrumător s-au urmărit în mod constant trei întrebări:

1. Ce evidență avem despre felul cum înțeleg copiii conceptele în fiecare dintre etapele succesive ale învățării?

2. Ce evidență avem despre felul cum înțeleg copiii termenii și cuvintele folosite în aceste etape?

3. Sub ce formă și în ce ordine să se pună întrebările și să se facă examinările, astfel încît elevul să cîștige în înțelegerea mai aprofundată a conceptelor?

Problemele puse profesorului de către elevi, poate, sînt cel mai bine ilustrate în următorul dialog:

Profesorul: Care este diferența dintre aceste două creioane?

Jane: Unul este roșu și celălalt albastru.

Profesorul: Da, dar mai este vreo diferență?

Bill: Unul este ascuțit și celălalt nu.

Profesorul: Hm, altă diferență?

Edward: Unul este cilindric și celălalt are mai multe fețe.

Profesorul: Nu e prea exact.

Sylvia: Unul este nou și celălalt este vechi.

Profesorul: Nu este exact la ceea ce m-am gîndit. Puteți vedea o altă diferență?

Barrie: Cine mai știe?

Profesorii și copiii în clasă

Astăzi profesorului din școala primară i se impune din ce în ce mai mult să antreneze elevii într-o instruire practică. Pe aceasta se pune în mod special accentul în publicațiile recente despre predarea matematicii și a științelor naturii. Deși este adevărat că aceste recomandări țin cont îndeaproape de lucrările Prof. Jean Piaget și a colaboratorilor săi în domeniul dezvoltării copilului, se urmărește și activitatea practică însăși, care contribuie la înțelegerea conceptului ce trebuie studiat.

PREDAREA PRIN DESCOPERIRE

Teoriile lui Piaget scot în evidență „stadiile de dezvoltare” și cu toate că ne dăm seama că pînă în prezent nu s-a putut da o formulare definitivă a acestor așa-numite stadii, cercetările noastre asupra dezvoltării conceptelor de arie, masă și volum ne fac să credem că conceptualizarea implică o înțelegere gradată și aceasta, la rîndul ei, este cel mai bine facilitată de o abordare pe etape a procesului de învățare. Proiectul Nuffield pentru Știință pentru Tineret pune accentul pe valoarea activității practice. În îndrumătorul lor pentru profesori, autorii scriu: „Calea de a satisface diferitele cerințe ale copiilor ca indivizi este de a le oferi posibilitatea să realizeze un număr cît mai mare de experiențe” și adaugă: „și a-i încuraja să cerceteze liber și să se bucure de ceea ce obțin”; ei pot fi interpretați în mod greșit că recomandă abordarea descoperirii la îndemîna oricui. Valoarea descoperii libere este pusă cîteodată sub semnul întrebării de către profesorii obișnuiți cu o metodă de predare mai structurată, mai clasică. Totuși, același îndrumător pentru profesori adaugă: „Ar fi bine să reamintim că elevii vor avea nevoie de efectuarea unui număr de experiențe similare, pentru a înțelege pe deplin și a-și forma generalizări.”

Credem că prin combinarea activității practice și investigațiilor elevilor cu situațiile de „descoperire” etapizate în mod progresiv de către profesor, ne apropiem de o situație ideală de învățare.

Din nefericire, proiectarea pe etape a unui proces de învățare, care implică material practic nu este în nici un caz o sarcină ușoară. Ținînd cont de activitatea practică și de rezultatele dorite, problemele se pun în legătură cu forma de prezentare, proiectarea materialului însuși,

felul de a pune întrebări, modul în care constatările sau măsurătorile sînt înregistrate de elevi, astfel încît să se poată face interpretări.

Această carte încearcă să examineze dificultățile și să dea sugestii în predarea a trei concepte fundamentale prezentate în clasă. Aceste concepte sînt: aria, masa și volumul.

Constatările făcute de Piaget ne informează despre dificultățile de înțelegere pe care le au copiii la diferite stadii de dezvoltare, iar cercetarea noastră, în care sînt implicați 1 000 copii, încearcă să afle în detaliu dificultățile de înțelegere pe care le manifestă copiii la aceste trei concepte. Acest îndrumător urmărește îndeaproape o cercetare științifică realizată de noi, în speranța că experiența noastră va ghida pe colegii care predau zilnic în clasă.

Nu există nici o modalitate perfectă de a preda un subiect matematic sau din științele naturii — sau oricare subiect —, dar dacă avem ca scop în primul rînd înțelegerea și apoi răspunsurile mecanice ale elevilor, credem că prezentarea activității practice cere o tratare pe etape și un grad considerabil de structurare. La prima vedere pare că prezentarea noastră urmează un mod de abordare cam rigid, dar dorim să accentuăm că textul următor singur nu garantează conceptualizarea. Se urmărește ideea centrală, prin care profesorul trebuie să adauge căi de predare suplimentare, dar diferite, proiectate după propria lui experiență și după resursele pe care le are la îndemînă. De la această organizare centrală pot porni căi largi, care merită să fie investigate și profesorul trebuie să hotărască care dintre acestea pot fi încurajate.

Modelul de lucru sugerat de noi în legătură cu aria, de exemplu, poate fi folosit atît ca schemă de lucru, cît și ca model adecvat în timpul lucrului la un „proiect” mult mai general. Dorim ca acest îndrumător să nu fie considerat ca o rețetă pentru predarea diferitelor subiecte, dar sperăm în plus ca sugestiile și abordarea noastră să scoată în evidență factorii importanți care trebuie luați în considerație cînd se planifică munca pentru descoperirea dirijată.

La alcătuirea lucrării am pus accentul pe dificultățile pe care le întîmpină elevii la diferite stadii de dezvoltare și am încercat să justificăm alegerea activității și ordinea în care apare. Aceia dintre noi care sînt implicați în educarea tinerilor ar trebui să evalueze în mod continuu eficacitatea metodelor noastre de predare. Obiectivele principale ale unei astfel de evaluări ar trebui să fie examinarea materialelor folosite, a modului cum acestea sînt prezentate și a răspunsurilor individuale ale copiilor. Clasificarea copiilor nu este un mod de a evalua eficacitatea profesorului. Este necesar ca profesorii să evalueze eficacitatea sugestiilor noastre și prin aceasta să examineze mai îndeaproape considerențele și metodele care stau la baza deciziilor lor în predare.

CONCEPTUALIZAREA ȘI PROCESELE GÎNDIRII

Pînă de curînd predarea în domeniul matematicii și științelor naturii era dominată de cunoștințele necesare activității practice a diferitelor subiecte alese, care să formeze programa școlară. Profesorii ofereau informații și elevii trebuiau să „încea” sau să memoreze faptele și să arate la cerere cunoștințele prin repetarea acestor informații însușite. Rezultatele investigațiilor în domeniul științelor exacte erau prezentate elevilor, care erau foarte rar îndrumați, pentru ca ei înșiși să obțină aceste rezultate.

Azi avem încă de-a face cu însușirea cunoștințelor, dar acum a crescut mult interesul în predarea proceselor de gîndire din științele exacte, adică căile prin care oamenii de știință operează descoperind și clasificînd cunoștințe. Cercetarea pare să arate că învățarea cu succes nu este atît relatarea conținutului faptic al subiectului studiat, cît complexitatea ideilor conținute în subiect. De exemplu, cheia învățării nu este *a ști* că 3×4 este egal cu 12, ci *a înțelege* că 3×4 este egal cu 12. Problema pentru profesor este cum să combine gradele de complexitate ale unei idei cu abilitatea mintală a celui care învață.

Cîteva idei și procese ale gîndirii care cer o înțelegere a unui anumit principiu matematic pot să depășească stadiul mintal de dezvoltare a multora dintre elevii noștri și cum e clar că vîrsta nu poate fi încadrată într-un anumit stadiu, profesorul trebuie să observe îndeaproape și să verifice înțelegerea elevului. Accentul pus mai degrabă pe nivelul de dezvoltare a elevului decît pe programa școlară a constituit ideea *Îndrumătorului* din *Proiectul Nuffield* în domeniul Științei pentru Tineret, unde autorii scriu: „Trebuie să observăm copilul așa cum este, nu cum am dori să fie sau cum credem că ar trebui să fie la o anumită vîrstă”.

De aceea în prezentarea sugestiilor noastre pentru predare am încercat să facem trei lucruri:

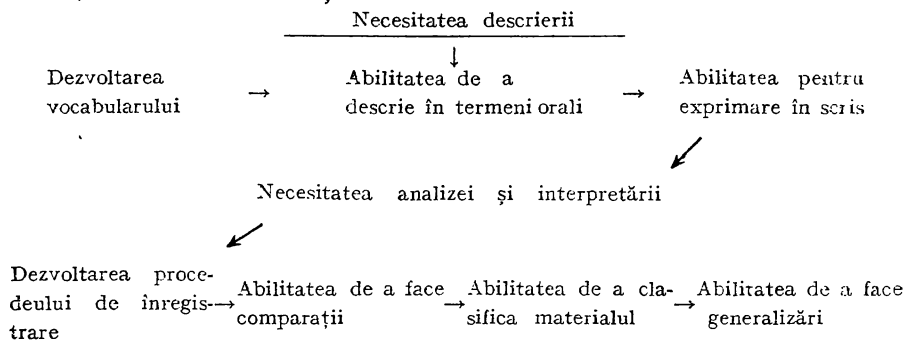
a) Am luat în considerație stadiile posibile de dezvoltare a copiilor noștri (aici am învățat cu greutate din teoriile lui Piaget).

b) Am încurajat profesorii să prezinte copiilor materialul și să pună întrebări pentru a afla ceea ce nu au înțeles și stadiile conceptuale la care ei au ajuns. Am susținut că profesorii trebuie să realizeze aceasta în mod continuu pentru a fi capabili să proiecteze mai departe materialele necesare predării, care vor trebui să fie înțelese de către copii și care probabil vor contribui în continuare la învățare. Acesta este motivul pentru care se includ în această carte metodele de a pune întrebări și a aprecia răspunsurile.

c) Considerăm abordate procesele de gîndire mai deosebite, întîlnite în acest mod de predare. Înainte de a începe activitatea în clasă profesorul trebuie să cunoască clar cheia proceselor și limitele lor la diferite stadii de dezvoltare a elevilor. De aceea vom examina pe rînd fiecare dintre aceste procese.

OBSERVAȚIA

Noi vedem mereu lumea în jurul nostru, dar de multe ori nu o observăm. Procesul de observare cere unei persoane să privească și să analizeze ceea ce vede. Proprietățile lucrurilor trebuie evaluate și comparate și deși aceasta este câteodată realizată mental, deseori necesită o descriere scrisă sau orală, care să includă o metodă de clasificare și înregistrare a observațiilor. Trebuie apoi dezvoltat un vocabular care să recunoască semnificația comunicării care are loc. De la aceste observații se poate ajunge la generalizări asupra proprietăților. Observația este o abilitate care se cere și se recomandă ca profesorul să inventeze mijloace prin care ea trebuie promovată și dezvoltată. Cum vocabularul folosit, întrebările ce se pun și tipurile de înregistrare necesare sînt sub controlul profesorului, materialul trebuie pregătit cu grijă, astfel ca observațiile cerute să fie pe măsura posibilității copilului. În promovarea abilității de observare, este necesar ca profesorul, cînd pregătește materialul, să ia în considerație următorii factori.



Pentru a observa corect, copilul trebuie să aibă practică. În știință observația conduce în mod natural la măsurare.

MĂSURAREA

Observația prin comparare implică măsurare. Elevii, pentru a înțelege executarea măsurărilor, trebuie să știe cum să folosească instrumentele de măsură și să înțeleagă conceptul de unitate de măsură. Adesea am fost surprinși că un număr mare de copii de șapte-opt ani nu pot folosi corect o riglă. Riglă, care în fond măsoară lungimea, este deseori introdusă repede ca un instrument pentru determinarea atât a lungimii, cât și a ariei și volumului și aceasta poate cauza confuzii în mintea elevilor. De aceea pledăm în indicațiile noastre pentru utilizarea unităților de arie sau a grilei de arie * și a blocurilor solide ca

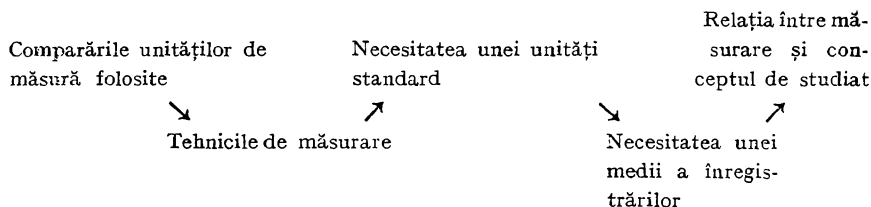
Foaie transparentă de plastic pe care este desenat un caroiaj cu pătrate de arie-unitate (N. red).

unități de volum. Elevii trebuie mai întâi să înțeleagă semnificația diferitelor unități de măsură, astfel ca măsurările pe care le execută să fie asociate cu comparațiile pe care încearcă să le facă. O regulă nu este ușor înțeleasă pentru a deveni o formulă, care poate fi folosită la determinarea ariei sau volumului, deși tehnica de a o utiliza în astfel de scopuri poate fi învățată papagalicește (de exemplu aria dreptunghiului = lungimea $\times$ lățimea).

Înțelegerea unităților de măsură nu implică introducerea imediată a unităților standard. La început ar trebui să se introducă unitățile nestandard — deseori alese de profesor — și apoi discutind despre măsurare să apară necesitatea unităților standard.

Pentru ca măsurarea să fie înțeleasă este nevoie de practică în clasă și în afară. Aici conceptul de studiat trebuie să fie luat în considerație cu grijă, deoarece măsurările individuale implicate în studiu pot fi semnificative pentru copii, dar nu și conceptele care cer în primul rând măsurări. De exemplu masa obiectelor și măsurarea volumului lor pot fi semnificative pentru elev, dar combinarea acestor două măsurări pentru a formula conceptul de densitate poate să depășească abilitatea aceluiași copii. Împărțind rezultatul unei măsurări la cealaltă este un exercițiu numeric și aceasta nu conduce în mod necesar la o înțelegere a densității. Recensămîntul circulației este un alt exercițiu care poate să apară în această categorie. Măsurările separate de numărare a vehiculelor și de cronometrare pot fi semnificative, dar compararea vitezelor sau a fluxului de mașini ce implică combinarea celor două variabile: distanța și timpul pot să nu fie înțelese.

Factorii care trebuie luați în considerație în măsurări sînt:



Măsurările cer imaginarea unor bune metode experimentale și sisteme de înregistrare. Aceste procedee sînt discutate mai jos.

EXPERIMENTAREA

Aceasta implică comunicarea și utilizarea terminologiei. Necesitatea experimentului, metodele de adoptat, măsurările de efectuat și sistemul de înregistrare folosit — toate trebuie discutate. O discuție despre experiment este o sarcină atît pentru elev, cît și pentru profesor. Profesorul trebuie să evite investigația prea complicată. În experimentare, rolul profesorului nu este să dea rețete „ca într-o carte de bucate” sau

exerciții, ci să planifice investigațiile care sînt semnificative pentru elev. Experiențele practice trebuie să fie corespunzătoare nivelului de dezvoltare a copilului, astfel încît conceptele implicate să nu depășească capacitatea lui. Activitatea trebuie să consolideze cunoștințele anterioare sau să ceară modificarea progresivă a acelor cunoștințe care necesită un grad mai înalt de înțelegere. Referitor la aceasta, terminologia și sistemul de înregistrare utilizate trebuie să fie strîns legate de procedeele de experimentare și să rezulte în mod armonios din activitatea precedentă. Științele naturii și matematica utilizează o terminologie specifică și, după cum a menționat Piaget, eșecul în învățarea acestor subiecte se poate datora mai degrabă lipsei de înțelegere a termenilor folosiți decît a naturii conceptului însuși.

Luînd în considerație natura investigației și desemnarea materialelor, profesorul se asigură că elevul nu mînuiește prea multe variabile deodată. De exemplu, un studiu al factorilor care afectează înălțimea pînă la care o minge sare este un exercițiu fără de înțeles dacă nu sînt schimbate înălțimile de la care cade, materialul din care este făcută mingea și diametrul mingii. O bună investigație va măsura înălțimea pînă la care va sări o minge cînd este lăsată să cadă de la diferite înălțimi. Înălțimea pînă la care sare și înălțimea de la care este lăsată să cadă vor trebui măsurate, dar toți ceilalți factori, care s-ar putea să afecteze înălțimea pînă la care sare (de exemplu materialul din care este făcută mingea și diametrul ei) vor trebui să nu fie modificați. Toți ceilalți factori vor fi investigați pe rînd în mod similar.

Probabil cel mai bun mijloc de a începe o investigație este ca profesorul să încurajeze anumite observații și apoi să întrebe elevul ce se va putea întîmpla dacă anumite variabile se schimbă, de exemplu: „Dacă avem mingi de diametre mai mari ce credeți că se va întîmpla cu înălțimea pînă la care va sări mingea, dacă o lăsăm să cadă de la aceeași înălțime ca mai înainte?” Presupunerile care au rezultat din observațiile generale pot fi numite „ghicitori informative”, iar în termeni științifici „formare de ipoteze” și aceste presupuneri ar trebui întotdeauna să conducă la o discuție asupra procedeelelor ce trebuie adoptate și asupra măsurărilor ce trebuie efectuate. Rolul profesorului ca îndrumător și partener de investigație este aici foarte important. În timpul stadiilor timpurii, după Piaget, copiii nu sînt capabili să analizeze primele lor observații sau să facă presupuneri logice asupra datelor probabile ale unei investigații. Întrebări de tipul: „Din ceea ce ai văzut ce crezi că se va întîmpla dacă...?” care cer un grad de analizare și putere de raționament ce depășesc pe mulți elevi, iar ei pot răspunde la astfel de întrebări numai ghicind. Acest stadiu timpuriu, destul de neprecis estimat, îi dă totuși posibilitatea profesorului să înceapă să conducă în mod natural discuțiile asupra măsurărilor, înregistrării datelor și interpretării lor.

În rezumat:

Experimentarea

Necesitatea discuției. Rolul profesorului de partener → de investigație

Înțelegerea terminologiei

Înțelegerea clară și expunerea problemei sau ipotezei corespunzătoare nivelului de dezvoltare a elevilor

Examinarea sau investigarea pentru a confirma ipoteza →

Selectarea și proiectarea cu grijă a materialelor

Examinarea cu grijă a variabilelor ce trebuie măsurate

ÎNREGISTRAREA DATELOR ȘI INTERPRETAREA LOR

Înregistrarea datelor este de asemenea un proces ce trebuie învățat. Înregistrarea informației și a măsurătorilor este o operație fundamentală la acest tip de activitate. Profesorul trebuie să se asigure că procedeul folosit de înregistrare a datelor va încuraja copiii să le interpreteze. A încuraja copiii în examinarea datelor pe care le înregistrează și a răspunde la întrebări legate de ceea ce au constatat, înseamnă că ei au analizat ceea ce au măsurat. Dorim ca elevii să gândească la ceea ce au constatat și să ajungă la concluziile lor proprii. Se pare că este puțin atinsă problema interpretării de către profesor a constatărilor făcute de copii. Copiii mai degrabă învață să măsoare și să înregistreze datele, decât să li se pară necesar un proces de analiză. De aceea, în paginile următoare, ne străduim să sugerăm felul întrebărilor care pot fi puse la diferitele etape ale exercițiilor. Acestea nu trebuie considerate modele perfecte, care să fie urmate cu strictețe, ci sugestii care să ducă la rezultatul dorit și la utilizarea terminologiei. Credem că prin pregătirea unor întrebări adecvate și a unui procedeu de înregistrare a datelor, conceptualizarea este aproape realizată. O proiectare necorespunzătoare a modului de înregistrare va îngreui formarea conceptului, deoarece elevii vor fi derutați când vor încerca să interpreteze măsurările și constatările lor. Procedeele de înregistrare pe etape a oricărei forme (de exemplu reprezentarea grafică) trebuie să meargă de la simplu la complex. Rolul profesorului în acest tip de activitate este de a acționa pe etape și a folosi înregistrările în situații adecvate. Profesorul este de asemenea și cel care apreciază dacă interpretarea preconizată corespunde stadiului de dezvoltare a elevului. Discuția și întrebările trebuie să fie o parte continuă a acestei forme de activități practice.

Înțelegem aici prin concluzii rezultatele unui experiment bine condus, procedeele de a pune întrebări și de înregistrare a datelor. Pînă de curînd în gimnaziu activitatea în laborator consta în mod invariabil din experimente pentru „a verifica” ceva ; rezultatul era de fapt cunoscut sau așteptat înainte ca experimentul să aibă loc. Dacă elevul nu a înțeles formularea inițială a problemei care trebuie testată, activitatea experimentală devine pur și simplu o măsurare mecanică ce urmează instrucțiunile profesorului. Acest tip de investigație a fost deseori descris amănunțit sub forma unor instrucțiuni cu titluri bine alese despre aparat, metodă și concluzii. Din nefericire nu a existat nici o stimulare pentru elevi să realizeze propriile lor procedee experimentale și sisteme de înregistrare a datelor și foarte rar elevii și-au formulat propriile lor concluzii.

Prin activitatea pentru care pledăm în această carte, dorim ca elevii să ajungă la propriile lor concluzii. Acestea ar trebui să reflecte ceea ce copiii gîndesc și nu ceea ce le-a spus profesorul. Astfel de concluzii pot să nu dea un răspuns corect ; ele sînt mai degrabă interpretări ale copiilor asupra constatărilor făcute. Exprimarea unor astfel de concluzii dă posibilitatea profesorului de a aprecia dacă este o lipsă totală de înțelegere, o mică eroare sau o înțelegere exactă și această informație dirijează etapele următoare de predare. Chiar și o interpretare greșită, care nu duce la înțelegere are valoare în dezvoltarea gîndirii științifice. Profesorul poate să sugereze o investigație alternativă sau serii de măsurări, care să conducă la conflicte evidente cu interpretarea inițială și astfel elevul va trebui „să gîndească din nou”.

Procesul de gîndire final implică prevederea. Elevul, datorită investigațiilor și măsurărilor executate și datorită interpretării și înțelegerii obținute, este capabil, utilizînd cunoștințele sale, să prevadă rezultatele unei anumite măsurări sau consecințele unei noi investigații. Această formă înaintată de gîndire logică dă posibilitatea profesorului să verifice dacă învățarea și înțelegerea au loc și-i permit să planifice activități ulterioare în procesele de învățare pe etape.

ROLUL PROFESORULUI

Rolul profesorului este în esență de a asculta, de a planifica și de a anticipa. În modurile de predare sugerate mai departe nu dorim să dăm impresia că indicînd o serie de modele se garantează succesul predării. Pledînd pentru predarea pe etape a acestor concepte încercăm să accentuăm particularitățile pe care le considerăm mai importante. Dacă activitatea inițială stăvilește interesul elevilor sau nu este în concordanță cu planificarea profesorului la matematică sau științele naturii, este clar că profesorul trebuie să acționeze ca un proiectant, coordonator și sursă de referință. De exemplu, un proiect al unei clădiri pune

probleme legate de arie și profesorul poate profita de ocazie pentru a urmări mai îndeaproape activitățile în care se folosește noțiunea de arie. În acest context sperăm că sugestiile noastre vor fi folositoare în această proiectare. Susținem că oricare ar fi originea problemei, profesorul trebuie să găsească imediat modul de a pune întrebări, materialele, colectarea și înregistrarea informațiilor, astfel încît elevul să fie îndrumat să gîndească și să găsească singur răspunsurile. Prin discuții și mai presus de orice prin folosirea cu grijă a întrebărilor, profesorul este capabil să determine direcția în care trebuie desfășurată activitatea și prin acest dialog el este de asemenea capabil să decidă dacă va putea să asigure noi indicii sau să schimbe direcția de gîndire a elevilor, astfel ca problema respectivă să poată fi rezolvată de elevii înșiși.

Problemele puse în această carte au ca scop să afle ce gîndesc copiii sau ce au observat. Din nefericire, în calitate de adulți „care știm”, punem adesea copiilor întrebări la care cunoaștem răspunsul corect și în schimb apreciem abilitatea copiilor după cum ei dau sau nu acest răspuns corect. Folosind această abordare determinăm care este un răspuns bun sau rău și astfel de răspunsuri deseori nu ne dau informații asupra mijloacelor prin care copilul a ajuns la această concluzie. Nu credem că răspunsurile corecte sau greșite sînt prin ele însele tot atît de importante ca și căile de obținere a informațiilor și gîndirea care generează răspunsurile. Numai cunoscînd aceasta putem proiecta învățarea, care are ca scop principal „predarea eficientă”. Vom urmări în particular răspunsurile greșite și vom încerca să descoperim ceea ce nu au înțeles copiii. Afirmările profesorului de forma „Aceasta nu este ce am în minte” sau „Nu tocmai exact, încearcă din nou” nu sînt tipuri de formulări care să corecteze. Răspunsuri ale elevului de tipul „Nu știu” sau „Nu pot să spun” sînt desigur deseori răspunsuri sincere și nu reflectă în mod necesar lenea din partea celui care învață. Desigur, în măsura în care este interesat pentru observația științifică, „Nu pot să răspund” este o concluzie importantă, în special dacă continuăm să întrebăm „De ce crezi că nu poți arăta deosebirea — ce poți să faci pentru a arăta deosebirea?”. În paragrafele referitoare la evaluare am accentuat importanța discuției profesor-elevi și am inclus întrebări în scopul verificării înțelegerii elevilor. După o activitate de patru ani cu copiii, a fost prezentată forma finală a acestor întrebări, prin care se încearcă să se afle mai mult despre dificultățile pe care ei le întîmpină în înțelegere. Găsim răspunsurile lor fascinante și deslușite; credem că acest fel de prezentare este util profesorilor.

Întreaga predare se referă în cele din urmă la cunoștințele despre caracteristicile de dezvoltare ale elevilor noștri și ca profesori avem datoria să încercăm să fim în pas cu noutățile din acest domeniu. Din nefericire, munca de fiecare zi în clasă nu permite profesorilor să țină pasul așa cum probabil ar dori. Am încercat să includem aceste informații

și am adăugat un capitol la sfârșitul acestei cărți „*Piaget, elevul și profesorul*”. Sperăm că această scurtă notă și bibliografia care o urmează vor încuraja profesorii să facă investigații ulterioare.

ACTIVITATEA ÎN CLASĂ

Pînă acum am încercat să explicăm filozofia abordării noastre și să justificăm alegerea materialului și forma întrebărilor. Totuși, utilizînd această abordare în condițiile din clasă, în fața profesorului se pun multe probleme practice, care dacă nu sînt atinse, produc dificultăți în înțelegere. Deși ne dăm seama că unele dintre aceste probleme sînt specifice unei anumite clase sînt multe altele comune abordării predării de acest tip.

Cele mai importante dintre aceste probleme organizatorice sînt discutate aici pe scurt, dar sperăm ca profesorii să continue să le dezbată în colectivele lor locale și prin aceste grupuri de lucru să se studieze probleme ale predării, care să fie evaluate în mod continuu.

MATERIALUL

Orice abordare de acest tip, pe etape, folosește o mare cantitate de material didactic. Formele geometrice și blocurile din plastic, cutiile pentru greutateți etc., trebuie pregătite sau procurate pentru fiecare etapă de lucru. Dacă materialul nu este adunat și pus în cutii, întreaga colecție poate deveni repede o învălmășeală de piese în mîinile elevilor curioși! De aceea sugerăm ca întreg materialul necesar fiecărui exercițiu să fie depozitat în cutii separate (de exemplu cutiile din plastic de la magazinele universale pentru masa de prînz) pe ale căror capace, în interior, să fie fixată lista conținutului. Unele dintre aceste cutii pot fi depozitate, în tăvi de plastic, care pot fi puse între rafturile unei mese de lucru. (Aceste unități pot fi deseori completate cu corpuri de lucru așezate deasupra lor și pot fi montate pe roțile). Materialul suplimentar poate fi depozitat în mod asemănător în compartimente la nivelele corespunzătoare. Depozitarea în acest fel a aparaturii simplifică predarea pe etape la diferite grupuri de copii. Profesorul poate să adune și să împartă materialul corespunzător fiecărui grup. Dacă materialul conține un număr mare de piese special proiectate s-a convenit ca echipamentul să apară în catalogul cadrelor didactice sub aceleași titluri de capitole, care apar în această carte. Sub fiecare titlu este trecut pe listă tot materialul cerut pentru aprecierea rezultatelor precum și materialul suplimentar cerut de procedeele de predare. Pentru a face materialul cît mai utilizabil și adaptabil, cea mai mare parte din materialul din capitolul de evaluare este folosit și ca material de predare. Se convine ca cea mai mare parte din material să fie trecut pe listă în mod distinct și multe piese ca formele geometrice să fie așezate în pachete separate pentru scopuri diverse.

Achiziționarea fiecărei piese a materialului didactic pentru cele trei concepte (arie, masă, volum) costă destul de scump și pentru a realiza aceasta sperăm ca profesorii să încurajeze cumpărarea lor pentru un număr de capitole și să ajungă apoi la întregul material în timp, atunci când situația financiară le permite. Sperăm că centrele profesorilor* să prevadă o bază de discuții pentru profesorii care au utilizat diferitele părți ale materialului și totodată schimburi de idei și desigur, în fazele inițiale, schimburi de piese.

O problemă fundamentală deseori ridicată de profesori este „Câți copii sau grupuri de copii pot folosi materialul dintr-o trusă completă?”; răspunsul la această întrebare trebuie să fie în concordanță cu metoda de lucru în clasă.

GRUPAREA ELEVILOR

Pentru un profesor nu este practic să cuprindă toți copiii într-un grup de lucru, cu toate materialele în același timp. Cum discuțiile și participarea directă sînt trăsături importante ale activității, credem că nu pot fi implicate în această activitate mai mult de patru grupuri de cîte doi sau trei copii în același timp. La acest punct considerăm că profesorul este îngrădit de limitele eficienței. Este mult de spus despre două sau mai multe grupuri, care lucrează exerciții identice în același timp, deoarece aceasta oferă posibilitatea de discutare și comparare a rezultatelor. Din nefericire costul și depozitarea materialului împiedică deseori multiplicarea lui și atunci se prevăd și alte metode de lucru în grup.

Este clar că într-o clasă de treizeci de elevi vor fi deosebiri considerabile între stadiile conceptuale atinse de copii, iar folosirea materialului impus, pe grupuri mici, dă posibilitatea profesorului să obțină o apreciere a înțelegerii. Aceasta se întîmplă cînd profesorul determină care situații de predare sau exerciții sînt cele mai valoroase pentru fiecare grup. Este posibil ca activitatea să pornească cu un grup și cel de-al doilea să înceapă cînd primul a efectuat complet o serie de măsurători sau sarcini. O astfel de eșalonare permite ca activitatea să se desfășoare neîntrerupt și uniform, ceea ce face ca profesorul să poată controla cu ușurință. Pe măsură ce trece timpul și se adaugă material suplimentar, profesorul cîștigă încredere în rolul său de îndrumător și nu va mai fi dezorientat cu întrebări de forma: „Ce am de făcut apoi?” sau „Am terminat?”. Unii profesori realizează un proiect de activități, care dă posibilitatea elevilor să-și desfășoare activitățile fără a face mereu apel la profesor. Un control rigid nu este abordat de mulți profesori, și unii preferă să îndrume diferite grupuri pe diferite căi corespunzătoare cu necesitățile fiecărui grup. Deși ultima abordare este metoda cea mai

* Discuțiile metodice se fac în cîteva centre în care sînt convocați profesorii (N red.).

extinsă de lucru, cel mai bun sfat de a adopta o astfel de abordare este: „A planifica proiectul de activități, la început într-un mod simplu cu exerciții și sarcini ce urmăresc un anumit scop final. A introduce materialul suplimentar și activitățile specifice care au drept scop îmbunătățirea însușirii cunoștințelor tuturor grupurilor, sub îndrumarea profesorului. A lucra de la simplu la complex“. Sperăm ca indicațiile noastre pentru predare să completeze esența activității prezentată pe etape, iar lista de materiale suplimentare să dea naștere la noi idei.

PĂSTRAREA DATELOR

În decursul acestei activități este necesar ca progresul fiecărui elev să fie consemnat cu grijă. Aceasta, desigur este important pentru profesorul clasei respective — este ușor să uiți ce a făcut fiecare — cât și pentru alți profesori, care vor lucra apoi cu același elev. Cu o înregistrare a situațiilor la învățătură de tipul celor recomandate nu este dificil de stabilit tabele de progres sau un caiet cu realizări personale. Astfel de înregistrări nu constau dintr-o listă de note sau calificative (o măsură relativă care este dificil de interpretat), ci o înregistrare de activități realizate, împreună cu câteva însemnări despre manifestarea diferitelor nivele de înțelegere. Un rezumat sau un tabel cu astfel de înregistrări pentru întreaga clasă, la sfârșitul unui trimestru sau an, dă posibilitatea profesorului să evalueze nivelul elevilor săi și să pregătească tipul de activități ce trebuie adăugat sau schimbat în anul următor.

De specificat că această păstrare a datelor este importantă pentru ca acest tip de predare să fie dus la bun sfârșit. Fără această înregistrare fiecare se poate opri la o serie de exerciții alese la întâmplare, pe care copiii le urmăresc cu zel, dar din nefericire nu va exista nici un mijloc de cunoaștere al nivelului de dezvoltare sau realizare al elevilor sau adevărata valoare a exercițiilor.

METODELE DE PREZENTARE A ACTIVITĂȚII ÎN CLASĂ

Copiii care s-au obișnuit cu o situație de predare tradițională, la început, găsesc ideea de „participare activă“ puțin cam ciudată. Gălăgia face pe unii profesori să ridice problema disciplinei și sînt deseori tentați să abandoneze o astfel de abordare la clasele cu elevi de vîrstă mică. Pe măsură ce trece timpul, totuși, activitatea devine un exercițiu stimulatoriu, atît pentru profesor cît și pentru elev. Pentru a-și atinge scopul este important ca să se țină seama de următorii factori.

(a) OBIECTIVELE

Dacă activitatea a început ca un rezultat al intereselor copiilor sau pe baza unui plan, sau datorită îndeletnicirii tradiționale de la cercurile de matematică, profesorul trebuie să aibă clar în minte obiectivele

activității practice. Obiectivele suplimentare pot să apară în timp ce elevii rezolvă exercițiile, așa că trebuie să existe o flexibilitate în abordare, dar scopul inițial nu trebuie uitat. Profesorul trebuie să decidă dacă cursul inițial trebuie urmat în mod rigid sau dacă pot fi explorate și alte căi și dacă acestea există, dacă elevii se pot reîntoarce eventual la cursul inițial. Aceste decizii pot fi luate numai după sondarea nivelului și gradului de înțelegere al fiecărui elev. De aceea se recomandă ca profesorul să fie în contact permanent cu grupurile și elevii nu trebuie lăsați numai să urmărească fișa de lucru și să raporteze profesorului când au terminat. Datorită numărului mare de elevi și importanței unui astfel de contact, se sugerează ca acest tip de activitate să fie început cu un număr mic de grupuri și să ia amploare când profesorul capătă experiență și copiii se obișnuiesc cu metoda de lucru.

(b) PREGĂTIREA

Toate materialele trebuie pregătite cu grijă. Fișele de lucru, deși sînt foarte mult folosite, e bine să se ia și măsuri de precauție. Proiectarea fișelor de lucru este o obligație și poate fi realizată de doi sau mai mulți profesori, care lucrează împreună. Analizarea și experimentarea unor astfel de fișe constituie partea esențială a pregătirii. Forma întrebărilor și terminologia folosită trebuie examinate cu grijă. Este ușor a scrie fișe utilizînd limbajul adulților, care deseori abat copiii de la interpretarea instrucțiunilor sau devin frustrați înainte de a începe de fapt lucrul. Aceste fișe pot fi evaluate pe etape în mod continuu și îmbunătățite și chiar fragmentate, dacă valoarea lor este îndoielnică. Fișele de lucru sînt deseori folosite ca un procedeu de predare pentru a lăsa profesorului timp să urmărească celelalte grupuri de copii din clasă. Din nefericire aceasta poate să însemne că odată ce fișele au fost elaborate, valoarea lor nu va fi niciodată examinată în detaliu, deoarece se cere o atenție specială a profesorului în timp ce elevii le folosesc. De aceea se recomandă insistent ca în timpul experimentării fișelor, profesorul să joace rolul de consultant în cîteva ocazii și să urmărească îndeaproape răspunsurile copiilor. A folosi o reprezentare simbolică pentru cele spuse pare cîteodată o complicație inutilă. Am experimentat cu casetofoane ieftine și cu instrucțiuni orale pe casete. Copiii ascultau la căști și dirijau benzile. Pînă în prezent un astfel de echipament nu a fost folosit, dar apariția casetofoanelor ieftine care sînt destul de bune pentru înregistrarea vocii va da în viitor posibilitatea utilizării lor în clasă.

(c) EVALUAREA

Activitatea practică, măsurătorile și investigațiile trebuie să corespundă nivelului de dezvoltare al elevilor. Acesta este foarte important

și implică cunoașterea de către profesor a nivelului de înțelegere atins de elevul său. Din acest motiv prima parte a fiecărui capitol constă din evaluare sau procedeul de a pune întrebări. Inițial acest procedeu a fost folosit la un singur copil pentru a obține informații despre concepțiile greșite tipice și ceea ce nu înțeleg copiii. Am lăsat întrebările sub această formă, dar sugerăm ca ele să poată fi folosite cu grupuri de trei sau patru copii în situații obișnuite. După cum am menționat mai sus, răspunsurile copiilor din eșantionul de cercetare au format baza rezultatelor predării indicate și o comparare a propriilor elevi cu eșantionul nostru asigură îndrumările pentru profesori în activitatea următoare din clasă. O astfel de activitate ar trebui să fie de două feluri. Prima ar trebui să întărească ceea ce s-a învățat și s-a înțeles, folosindu-se o serie de exerciții și activități variate. Profesorul trebuie să aprecieze când o astfel de activitate nu mai este necesară sau devine plictisitoare. Unii copii au nevoie de multă practică și experiență pentru a prinde o idee; alții cer foarte puține completări. Când punctul de investigație a fost atins nu mai este atât de necesară continuarea activității la acest nivel. Câteodată activitatea poate să depășească accesibilitatea citorva elevi; nivelul lor de dezvoltare sau abilitatea de a manipula materiale nu le dă posibilitatea să înțeleagă și atunci învățarea este mai redusă. Profesorul trebuie să îndrume în mod continuu.

Al doilea tip de activitate încearcă să împingă mai departe frontiera de cunoaștere atinsă de elevi. În acest caz activitățile nu trebuie să depășească prea mult abilitățile elevilor. Aceasta cere din nou evaluarea înțelegerii elevilor și implică un procedeu de învățare pe etape. Odată ce a apărut noua idee se cere și o activitate de completare. În concordanță cu părerea lui Piaget apare interacțiunea între „ideea de promovare” și „ideea de completare” care formează baza învățării.

FACTORUL TIMP

Trebuie luat în considerație timpul cerut pentru îndeplinirea completă a activității. Diferențele dintre nivelele de conceptualizare și maturizare dintr-o clasă de nivel mediu nu permit renunțarea la subiectele dificile și trecerea în viteză a altora pentru a câștiga timp. Credem că activitatea în domeniul științelor naturii în general și în matematică în particular trebuie să determine creșterea puterii de gândire a elevilor. Îndată ce această motivație încetează activitatea devine fără sens și trebuie oprită. De aceea considerăm binevenită „ziua inclusă” în orarul școlii primare*, deoarece permite o planificare flexibilă pentru fiecare grup de elevi. Deși sîntem pentru planificarea flexibilă, totuși este important ca progresul fiecărui elev să fie înregistrat în mod continuu. Aceasta

* Primele patru clase ale școlii generale din sistemul nostru de învățămînt (N. red.)

este câteodată o sarcină laborioasă, dar esențială în această formă de predare.

FOLOSIREA MATERIALULUI IMPUS

Mulți doresc să folosească numai procedeele impuse pentru a examina diferitele nivele de înțelegere manifestate la elevi și textul de față face unele observații în legătură cu folosirea materialului în acest scop.

Fiecărui dintre cele trei concepte discutate i se atașează un material impus, aranjat în serie și utilizat individual sau pe grupuri de copii, concepte care dau o indicație a abilității de conceptualizare la copii. Merită să fie notate trei puncte în acest stadiu și ele sînt relevante pentru profesorul din clasă.

a) Deși numerotate într-o anumită ordine nu trebuie să se considere că elevii care nu rezolvă primele etape nu le pot rezolva și pe celelalte. Teoriile lui Piaget implică o seriare strictă a nivelelor și scărilor de înțelegere. Cercetările recente, incluzînd și pe ale noastre, deși confirmă în general teoriile lui Piaget, arată de asemenea că există o largă variație a abilității conceptuale de la elev la elev și ezităm să sugerăm că puterea de gândire a elevilor este conformă cu o anumită etapă teoretică. Totuși concepțiile greșite de tipul descris de Piaget apar de cele mai multe ori și este de dorit ca profesorii care folosesc materialul nostru impus, să analizeze răspunsurile elevilor lor și să compare această analiză cu interpretările noastre, pentru a-și forma propriile lor concluzii.

b) Cercetările lui Piaget au utilizat un procedeu bazat pe întrebări, care depind aproape în întregime de cuvinte vorbite. Mai mult, întrebările nu au fost standardizate, ele variind în funcție de răspunsurile date de fiecare copil. Descoperirile și teoria lui au rezultat din experimentarea de mai mulți ani a acestei tehnici de a pune întrebări. Au fost aduse unele critici acestei forme tehnice de cercetare și deși valoarea ei în clasă este evidentă, există o serie de dezavantaje în aplicarea ei. Această tehnică a fost discutată admirabil într-o broșură recent publicată de Fundația Națională pentru Cercetarea Educațională (vezi bibliografia) și legat de procedeele noastre impuse se accentuează aici numai două puncte.

În primul rînd, întrebările noastre nu variază de la elev la elev. Prezentarea este fixă și comparațiile se fac între răspunsurile la aceste întrebări. Cînd se dau aceste teste, copilul poate învăța ceva. Scopul testării este de a obține o măsură a dificultăților de înțelegere ale copiilor și o posibilă justificare a lor. Dacă un profesor descoperă că printr-o ușoară modificare a întrebării dificultatea de înțelegere este corectată, credem că s-a produs un progres în învățare și că întrebarea originală a servit unui scop util! Un număr de copii au în mod constant dificultăți în înțelegere și profesorul are ca obiectiv în predare dezvoltarea nivelului elevului.

În al doilea rînd, întrebările noastre folosesc de asemenea în mare măsură cuvinte vorbite, dar răspunsurile copiilor includ atît acțiuni cît și verbalizare. Deseori cuvintele utilizate de elevi aparent nu arată că ei au înțeles, dar acțiunea lor, în contrast, arată că au intuit conceptul studiat. Deoarece comunicarea este o caracteristică a învățării, este în asentimentul nostru continuarea folosirii acțiunilor și răspunsurilor verbale, iar întrebuițarea greșită a cuvintelor trebuie să fie de asemenea corectată. Experimentele și analiza au fost realizate înainte ca întrebările noastre să apară în forma lor finală și este de dorit ca o astfel de analiză să continue în cancelarii sau la centrele profesorilor.

c) Materialul impus a fost astfel desemnat încît sînt examinate anumite nivele conceptuale pentru cele trei concepte masă, volum și arie. De exemplu, principiul conservării este examinat cu teste asemănătoare pentru fiecare concept. Deseori se începe cu conceptul de masă, deoarece este mai ușor de înțeles, apoi se predă conceptul de arie și apoi apare conceptul de volum. Este dificil să fii convins de astfel de afirmații generale. Măsurarea volumului cere înțelegerea unei noțiuni care se referă la trei dimensiuni și nu la două ca la arie și pare rezonabil să fie mai dificilă pentru elevi. Pe de altă parte, deoarece apare mai tîrziu în predare, elevii au puțină practică în astfel de măsurări. Este posibil ca noțiunea de conservare a volumului să poată fi tratată tot atît de devreme ca și ideea de conservare a ariei, dacă amîndouă au fost studiate de elevi mai mult sau mai puțin în același timp.

ADMINISTRAREA MATERIALULUI IMPUS

Înainte de a folosi materialul impus profesorul trebuie să țină cont de următoarele puncte:

Testele nu urmăresc să clasifice elevii în ordinea meritului. Ele urmăresc să indice nivelurile de înțelegere și dificultățile de înțelegere ale elevilor.

Interpretările posibile ale răspunsurilor apar în capitolele adecvate ale acestui îndrumător cu comentarii mai detaliate asupra formării conceptului.

Este de așteptat ca la un moment dat profesorii să fie preocupați numai de o parte sau de un aspect al conceptului și este puțin probabil ca toate etapele dintr-un test să fie parcurse deodată. Totuși, pentru un studiu detaliat a ceea ce a înțeles elevul este posibil să se prezinte elevului toate etapele pentru un concept, într-o singură lecție. Aceasta se poate face ușor urmărind indicațiile de la sfîrșitul fiecărui grup de etape impuse. De notat că etapele din test sînt numerotate consecutiv pentru fiecare din cele trei concepte. În administrarea testelor nu se limitează timpul, dar dacă este necesar se poate face o întrerupere la sfîrșitul unui grup de etape.

CONSIDERAȚII PRACTICE

1. Forma întrebărilor și vocabularul folosit nu trebuie modificate, dacă se fac comparații cu interpretarea noastră a răspunsurilor. Este important ca instrucțiunile să fie urmate cu grijă și ca elevul să nu fie ajutat cu întrebări suplimentare, accentuând cuvintele cheie sau expresiile sugestive.

2. Materialul didactic trebuie să fie numerotat pentru a corespunde numerotării întrebărilor și etapelor din test.

3. Deseori întrebările apar sub două forme. În primul rând se folosesc cuvinte sau termeni care sînt abstracți prin natura lor, de exemplu „semnificația ariei”, „aria” etc. iar în al doilea rând, se folosesc cuvinte care redau un tablou mai realist al semnificației dorite. De exemplu „cîmpul cultivat cu iarbă” poate fi termenul utilizat pentru a indica aria.

4. Toate diagramele arată aranjarea materialului didactic așa cum este văzut de elevi.

5. După fiecare grup de întrebări există o listă de răspunsuri posibile. Aceasta nu este o listă de cuvinte folosite exact de elevi, dar prezintă natura generală a răspunsului. Cîteodată răspunsurile copilului sînt exprimate mai bine prin acțiuni decît prin cuvinte. De exemplu în etapa 7A din testele pentru arie un copil poate demonstra manual că triunghiul „este mai lung” decît dreptunghiul crezînd că de aceea are și o arie mai mare.

6. Profesorul selectează din lista de răspunsuri posibile cel care se potrivește cel mai bine cu răspunsul copilului. La sfîrșitul acestor răspunsuri posibile există simbolul: $\surd$, $\times$ sau ? Simbolul $\surd$ indică un răspuns corect, $\times$ o înțelegere greșită, iar ? arată că elevul este nesigur și indică faptul că noi experiențe sînt probabil necesare.

7. Un exemplu de foaie de înregistrare a datelor dintr-o clasă este prezentat la sfîrșitul acestei cărți. Simbolurile adecvate ($\surd$, $\times$, sau ?) fiecărei etape se înscriu în tabel în dreptul numelui fiecărui copil. Aceasta dă posibilitatea profesorului să vadă sistemul general de răspunsuri al grupului și în particular, variațiile la nivelele de dezvoltare al indivizilor din grup. Păstrarea unor astfel de înregistrări înainte și după fiecare etapă de predare și totodată după o perioadă de timp va da bune indicații asupra profunzimii și varietății înțelegerii prezentate de clasă în general.

Credem că numai printr-un astfel de control a celor înțelese de către copii se pot planifica operațiile pentru o învățare eficientă.

Conceptul de arie

Dintre cele trei concepte care se studiază în această carte, aria este probabil cea mai mult predată în școala primară*. Aria este studiată într-o mare măsură la activitățile practice din clasă, datorită materialului didactic, sub formă de figuri, relativ ușor de confecționat sau de cumpărat. Știind aceasta am fost chiar surprinși cum copii de vîrstă între șapte și unsprezece ani au înțeles greșit acest concept. Uneori a fost ușor de recunoscut că o lacună în cunoștințele lor se datora lipsei unei anumite experiențe practice, dar în multe ocazii motivul înțelegerii greșite nu era ușor de determinat. În general, evidența pe care am ținut-o a sugerat că un studiu mai îndeaproape se poate face printr-o anumită abordare a predării. S-a indicat o predare pe etape și deoarece conceptele dobîndite greșit se datorau înțelegerii greșite a terminologiei s-au prevăzut întrebări, care implicau folosirea progresivă a termenilor.

Copiii știau că se poate utiliza o regulă pentru a afla aria, dar mulți nu puteau executa practic măsurătorile cerute. Adevărata înțelegere a conceptului de unitate nu prea a fost riguros urmărită, iar activitățile practice care cereau atît măsurători cît și utilizarea logicii deseori au abătut pe elevi în studiu.

Pentru aceste motive prezentăm următoarea succesiune, în speranța că va fi examinată în lumina observațiilor noastre introductive, succesiune experimentată în clasă, discutată și criticată în centrele profesorilor și îmbunătățită de cei care lucrează cu copiii în școala primară.

1. SORTARE ȘI CLASIFICARE

În primele stadii ale conceptualizării, copiii sînt deseori încurcați de cuvintele folosite, adică de terminologie. Unul dintre obiectivele predării, la acest stadiu este deci folosirea corectă a termenilor în așa fel încît în stadiile următoare aceștia să aibă aceeași semnificație atît pentru copil cît și pentru adult. Aceasta implică utilizarea în situații diferite a unor cuvinte și expresii care în fiecare ocazie, să aibă aceeași semnificație. Utilizarea unui termen într-o anumită situație nu garantează înțelegerea semnificației lui universale.

În plus, față de utilizarea cu grijă a limbajului, elevul este pus să observe anumite proprietăți fizice ale materialului și apoi este îndemnat să gândească la aceste proprietăți, să le trieze și să le grupeze pe categorii, în diferite moduri. Urmează introducerea unor sisteme simple de înregistrare destinate să conducă elevii la discuții, împreună cu profesorii sau între ei, despre constatările lor. Planificarea unor bune sisteme de înregistrare este foarte importantă. Acestea trebuie să conducă în mod clar pe elevi către descoperirea unui „model” sau unei relații, care să le permită să interpreteze, urmărind sistemul de înregistrare. Aceste sisteme, pentru vârsta mică, sînt în strînsă legătură cu materialul manipulat, adică nu se utilizează semne abstracte. Simbolurile utilizate în înregistrarea datelor urmăresc îndeaproape materialul manipulat. La primele stadii materialul însuși este deseori folosit la înregistrarea datelor.

OBIECTIVE

- (A) Folosirea corectă a terminologiei din diferite experiențe.
- (B) Observarea proprietăților fizice ce conduc la sortare și repartizare pe categorii.
- (C) Introducerea sistemelor de înregistrare.

MATERIALUL IMPUS

A se referi la pag. 22 pentru îndrumări, înainte de a se folosi materialul impus.

Testul 1 Aveți nevoie de forme geometrice din plastic, de culori variate.
Plasați formele geometrice la întimplare pe masă.

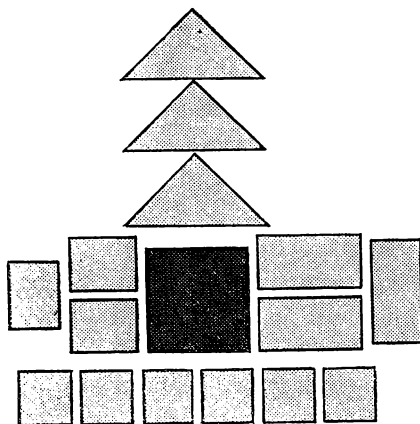
„Alegeți acele forme geometrice care coincid prin suprapunere”

Dacă elevul nu înțelege „coincid prin suprapunere”, demonstrați-i, utilizînd două foi de hîrtie de dimensiuni identice și apoi repetați instrucțiunile.

ÎNREGISTRARE

- a. A egalat toate figurile posibile ✓
- b. A egalat cîteva, dar nu toate figurile sau nu a reușit să ×
opereze

Testul 2 Aveți nevoie de cincisprezece figuri geometrice roșii, un pătrat albastru.



a. Indicați pătratul mare.

„Cum se numește această figură geometrică?”

b. Indicați un dreptunghi.

„Cum se numește această figură geometrică?”

Cuvîntul folosit de elev, dreptunghi, trebuie să fie folosit în mod adecvat în toate celelalte teste despre arie.

c. Indicați un triunghi.

„Cum se numește această figură geometrică?”

„Acum doresc ca tu să formezi cîte pătrate poți din aceste figuri roșii, care să se poată suprapune exact peste acest pătrat albastru”.

ÎNREGISTRARE

a. A folosit cuvîntul ✓
„pătrat”

Nu a folosit cuvîntul
„pătrat” ×

c. A folosit cuvîntul ✓
„triunghi”

Nu a folosit cuvîntul
„triunghi” ×

b. A folosit cuvîntul „lun-
guieț” ✓

A fost folosit cuvîntul
„dreptunghi” ✓

Nu a fost capabil să de-
scrie figura geometrică ×

d. A asamblat două triun-
ghiuri ✓

A asamblat două drept-
unghiuri ✓

A ales 1 □; 2 □ de
trei ori. ✓

Nu a fost capabil să
opereze ×

A asamblat patru pătrate
mici ✓

A asamblat 1 □, 2 □ ✓

Testul 3 Aveți nevoie de o piramidă cu baza un pătrat

Piramida este dată elevilor pentru a fi ținută în mâinile lor.

„Cite suprafețe are această piramidă?”

Dacă elevul începe să le numere fără a o arăta pe aceea pe care o numără:

„Arată-mi pe măsură ce numeri”.

ÎNREGISTRARE

A arătat suprafețele ✓

A arătat muchiile ×

A arătat vîrfurile ×

Alte răspunsuri sau nu este capabil să opereze ×

Testul 4 Aveți nevoie de două dreptunghiuri galbene de dimensiuni egale

„Aceasta este o suprafață (indicați suprafața unui dreptunghi). Are aceeași suprafață cu cea figură geometrică (indicați celălalt dreptunghi) sau are o suprafață diferită?”

Puteți mișca figurile geometrice dacă doriți”.

Dacă elevul răspunde „la fel”

„De ce afirmi aceasta?”

Dacă elevul răspunde „diferit”

„Care are o suprafață mai mare?”

„De ce afirmi aceasta?”

ÎNREGISTRARE

Aceeași suprafață, aceeași mărime sau formă ✓

Aceeași suprafață, ambele avînd 4 vîrfuri ×

Aceeași suprafață, același număr de laturi ×

Aceeași suprafață, laturile fiind de aceeași lungime ×

Altă motivație sau suprafețe diferite × (v. textul 5)

INTERPRETARE

Aceste teste analizează ce înțeleg elevii prin cuvintele sau termenii: „a coincide prin suprapunere”, „pătrat”, „dreptunghi”, „triunghi”, „suprafețe”, „măsura suprafeței”, „aceeași măsură sau o măsură diferită a suprafeței”.

În timpul cercetării noastre am constatat că termenul de „măsura suprafeței” a fost în mod obișnuit folosit să indice aria și ca urmare se sugerează indicațiile din cercetarea precedentă. Cuvîntul „măsură” impresionează mai mult mintea copilului decît întreaga expresie „măsura suprafeței” și deoarece își dă seama că „măsură” poate fi aplicat la diferite concepte și mărimi (măsura masei, măsura volumului etc.), el modifică semnificația pe care o are despre cuvînt după situație. De aceea persistăm în indicația de a introduce cuvîntul „arie” încă de la începutul activității, în legătură cu expresia „măsura suprafeței”. Dacă profesorul și elevii utilizează aceste cuvinte cu o semnificație fixă legată și de materialul practic, atunci cuvîntul „arie” capătă o semnificație specifică.

Etapă 1. Elevilor deseori li se cere să egaleze sau să suprapună figuri geometrice, dar o mare parte dintre copii (de șapte ani și mai mici) ajung deseori la concluzii eronate despre arii similare sau nu, deoarece se mulțumesc cu ideea că a egala și a coincide prin suprapunere trebuie să fie numai aproximative.

Etapă 2. Această etapă cere ca elevul să examineze toate piesele înainte de a le compara și egala. Această abilitate este de o mare importanță pentru dezvoltarea conceptualizării. Cîțiva elevi sînt capabili să examineze repede și să aleagă ariile similare, dar un număr de copii și adulți pot să realizeze aceasta numai pe bază de încercări și erori. Puterea de percepție precisă nu o are toată lumea, așa că unii pot să facă afirmații numai după mînuirea materialului.

Etapă 3 și 4. Înțelegerea cuvîntului „suprafață” variază considerabil. Chiar și cîțiva elevi de nouă ani nu au o concepție corectă și vor considera muchiile și vîrfurile ca suprafețe. Copiii deseori utilizează cuvîntul „figură” pentru a indica o mărime și în acest context, arie.

Dacă elevii par să nu înțeleagă terminologia utilizată în cele patru etape de mai sus, materialul impus poate fi utilizat de profesor în explicații și reîntărit de următoarele exerciții similare.

CÎTEVA SUGESTII PENTRU PROFESOR

Ca o introducere elevul este încurajat să examineze un sortiment de materiale și să găsească figurile geometrice care au arii egale. Cum sîntem interesați în conceptul de suprafață sau arie, procesul de egalizare trebuie să implice coinciderea prin suprapunere a unei figuri geometrice cu alta. Se va vedea că un anumit număr de activități practice sînt într-un fel similare, dar întrebările sînt puse din diferite puncte de vedere. Această variație pe o aceeași temă este un proces important de consolidare și va fi necesar pentru fiecare elev.

Material. Pachete diferite cu figuri geometrice din plastic sînt adecvate în mod special pentru această activitate. Acestea pot fi completate cu piese din carton, plăci pentru pardoseală din plastic, sau alte materiale subțiri, dar rigide. Numărul figurilor geometrice să fie limitat, dar de culori diferite și să fie realizate după modelul materialului impus. Deseori elevul este în fața unui număr mare de figuri geometrice și procesul de examinare a lor poate să depășească capacitatea sa, așa că adevăratul obiectiv al predării (egalitate și coincidență prin suprapunere) nu este atins. Sînt sugerate două lucruri: în primul (A) elevii aleg figuri geometrice care să coincidă prin suprapunere, iar în cel de-al doilea (B) ei folosesc mai multe piese pentru a acoperi suprafața unei figuri geometrice selectate.

1A Să se formeze șapte figuri geometrice diferite din următoarele:

3 triunghiuri dintre care 2 au arii identice și dimensiuni egale (al treilea avînd o formă asemănătoare în general, dar de arie diferită).

5 triunghiuri dintre care 3 au arii identice și dimensiuni egale.

4 dreptunghiuri dintre care 3 au arii identice și dimensiuni egale.

6 dreptunghiuri dintre care 4 au arii identice și dimensiuni egale.

3 alte figuri în general figuri și arii diferite de cele de mai sus. Trebuie notate următoarele particularități:

(i) Numărul total de figuri geometrice să nu fie prea mare.

(ii) Să se utilizeze culori diferite astfel ca ariile identice să nu fie asociate cu culorile identice.

(iii) Cîteva figuri să aibă una sau mai multe dimensiuni identice, dar să fie de arii diferite. Unii elevi pot confunda ariile identice cu egalitatea unei singure dimensiuni.

(iv) Înregistrarea rezultatelor să fie introdusă într-o formă foarte simplă utilizînd materialul ca un șablon și înregistrînd numărul de arii identice de-a lungul diagramei.

1B În această lucrare mai complicată urmărim principii similare cu cele din exercițiul precedent. În primul rînd elevii trebuie să mînuiască sub îndrumarea profesorului materialul impus în etapa numărul 2.

În măsura în care copiii tind să egaleze unghiuri mai degrabă decât arii, al doilea exercițiu utilizează figuri geometrice aranjate astfel:

(i)

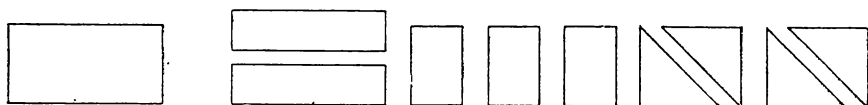


Figura principală
plus alte 3 (dreptunghiuri și triunghiuri care nu se
pot compune pentru a forma figura principală)

(ii)

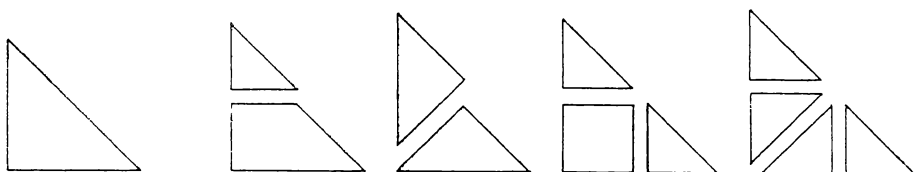
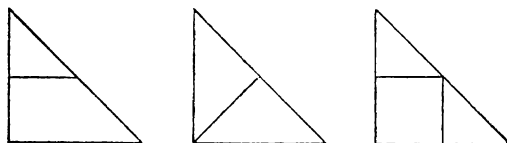


Figura principală
plus alte 4 (triunghiuri care nu se pot compune în figura principală)

Figurile geometrice componente sînt toate de o culoare, în timp ce figurile principale sînt de o culoare diferită. Se pun întrebări de următorul tip (se poate folosi aici o fișă de lucru).

„Doresc să formezi atîtea dreptunghiuri [triunghiuri] cu aceste forme geometrice (colorate) astfel încît să se potrivească exact prin suprapunere cu acest dreptunghi [triunghi] mare (a se indica figura principală)“.

Figurile geometrice mici sînt aranjate la întîmplare în fața elevului. Din nou pentru o bună înregistrare a datelor elevii utilizează figurile ca șabloane și demonstrează că un număr de figuri geometrice mai mici se pot compune formînd o arie identică cu figura geometrică mare astfel:



Activitatea precedentă este întărită printr-un procedeu oarecum diferit de a pune întrebările.

(iii)

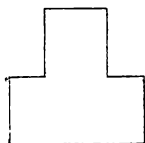
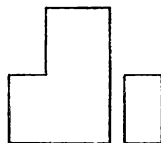
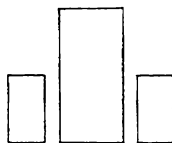
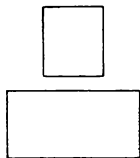



Figura principală

și părți

plus alte 3 figuri geometrice care nu pot fi utilizate pentru constituirea figurii principale

Piesele sînt așezate la întîmplare și se pun întrebările:

„Pot fi folosite două figuri geometrice pentru a forma o figură geometrică care se potrivește exact prin suprapunere peste figura mare (indicați figura principală). Poți să le găsești?”

Se pot forma alte grupuri de figuri geometrice astfel ca elevul să fie pus în situația de a găsi trei (patru) figuri geometrice, care să aibă aceeași arie ca și figura principală. Din nou se folosește sistemul de înregistrare a datelor bazat pe utilizarea figurilor geometrice prezentate ca șabloane. Acțiunea elevului se potrivește cu propoziția de forma: „Aceste două figuri ... și ... împreună se suprapun exact peste această figură ...”.

0 SIMPLĂ ÎMPĂRȚIRE PE GRUPE. RECUNOAȘTEREA FIGURILOR GEOMETRICE ȘI DENUMIREA LOR

1C Material: Triunghiuri, pătrate, dreptunghiuri și pentagoane variate, confecționate din materiale diferite, de exemplu, plastic, fetru și carton. Figurile din plastic pot fi selectate din etapele impuse 1, 2 și 6. Se pot confecționa și figuri geometrice mai complicate și din materiale diferite. Materialul este alcătuit astfel:

Formă	Fetru	Plastic	Carton
	3 albe, 1 galben	1 galben, 1 roșu 3 albe	2 roșii, 2 albe
	1 verde	2 roșii, 1 galben, 1 alb (de la etapa aVI-a)	2 verzi, 1 roșu, 1 alb
	1 galben, 1 verde	1 galben	2 galbene, 1 verde
	1 roșu, 2 albe	1 roșu	2 galbene, 1 roșu

Figurile geometrice identice au arii egale, dar în acest capitol nu accentuăm această caracteristică, așa că figurile trebuie să aibă diverse dimensiuni.

Exemple de întrebări care utilizează termenii descriptivi:

„Cîte figuri sînt confecționate din fetru?”

„Cîte figuri au trei laturi?”

„Cîte figuri de plastic sînt?”

„Cîte figuri galbene sînt?”

Exemple de întrebări care utilizează termenii „triunghiuri”, „pătrate” și „dreptunghiuri”:

„Cîte figuri sînt triunghiuri?”

„Cîte vîrfuri are un triunghi?”

„Cîte triunghiuri roșii sînt?”

„Cîte triunghiuri galbene sînt?”

„Cîte mîrgini drepte are un triunghi?”

De notat că utilizarea cuvîntului „laturi” are două înțelesuri: muchia sau suprafața unei forme. Întrebări similare se prezintă și pentru celelalte figuri.

Astfel, întrebările sînt legate de observațiile asupra fiecărei figuri geometrice și proprietăți ale ei. O analiză mai amănunțită este necesară cînd elevul trebuie să aranjeze materialul într-o mulțime sau să-l repartizeze pe categorii și atunci se pun întrebări despre materialul din care este confecționat. În termeni matematici punem întrebări despre incluziunea unei clase în alta sau despre compararea claselor. Exemple de întrebări de acest tip vor fi:

„Cîte figuri sînt galbene și confecționate din carton?”

„Cîte figuri sînt triunghiuri și confecționate din plastic?”

„Sînt mai multe triunghiuri roșii decît triunghiuri galbene?”

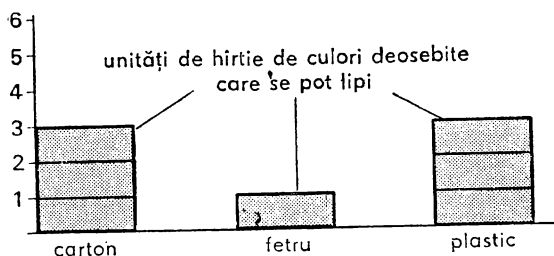
„Sînt toate figurile roșii triunghiuri?”

„Sînt toate triunghiurile galbene?”

EXEMPLE DE TEHNICI DE ÎNREGISTRARE ȘI INTERPRETAREA LOR

Folosirea discurilor din plastic utilizate în diagramele Venn dau copiilor posibilitatea să-și dezvolte tehnica de înregistrare, care utilizează materialul însuși. Înregistrarea trebuie să corespundă ordinii întrebărilor puse.

Graficul pe „blocuri” este o tehnică folositoare aici, deoarece dă posibilitate profesorului să încurajeze interpretările după înregistrări sau forme simbolice ale activității, mai degrabă decît după activitatea însăși. În procesul de învățare se introduce un grad de abstractizare.



O unitate din hîrtie reprezintă o etapă. De subliniat că se lucrează mai degrabă cu materialul real (de ex. o piesă din fetru) decît cu un simbol sau semn. Exemple de întrebări care încurajează interpretarea schemei de înregistrare:

„Sînt mai multe figuri geometrice confecționate din carton decît confecționate din fetru?”

„Cu cît mai multe?”

Urmează întrebări similare care implică sortarea/clasificarea (incluzînd adunarea și scăderea).

Următoarele paragrafe utilizează figurile geometrice ca trăsătură de bază (triunghi, pătrat etc.) și întrebările își îndreaptă atenția către acești termeni. De exemplu:

„Sînt mai multe triunghiuri decît pătrate?”

„Cu cît mai multe?”

„Sînt mai puține triunghiuri roșii decît dreptunghiuri galbene?”

„Cu cît mai puține?”

În toate aceste activități se intenționează ca elevului să-i devină familiară utilizarea termenilor, clasificarea și simpla schemă de înregistrare a datelor și interpretarea lor.

MATERIAL DE PREDARE ADIȚIONAL

Este clar că mulți elevi (în jur de 7 ani) vor avea nevoie de multă practică în acest tip de activitate înainte ca ei să sorteze repede materialele în categorii variate. Mulți profesori doresc să continue exercițiile de clasificare în acest stadiu și în acest scop o serie de întreprinderi produc materiale adecvate.

2. CONSERVAREA ARIEI, PERCEPȚIE ȘI MĂSURĂRI SIMPLE

Multe dintre lucrările lui Piaget au fost reluate de alți cercetători, în special cele legate de conceptul de conservare. Profesorii ar trebui să cunoască astfel de teste mai bine decît alte aspecte ale activității acestui cercetător.

Cînd obiectele suferă anumite schimbări fizice sau geometrice, copiii pot conchide că s-au schimbat alte proprietăți. Un exemplu bun apare în etapa impusă nr. 7. De notat că cele două obiecte inițiale au proprietăți identice (în acest caz, mărimea suprafeței). Unul dintre obiecte este transformat din punct de vedere fizic într-o figură care accentuează o dimensiune și elevul este întrebat dacă proprietățile rămîn identice (are încă „aceeași măsură a suprafeței“). Copiii care au un nivel simplu de conceptualizare își vor focaliza atenția lor asupra schimbării fizice dominante și vor deduce că, în acest caz, mărimea suprafeței a crescut „deoarece această dimensiune este mai lungă“. Elevii se bazează foarte mult pe percepție și aplică rar argumentul logic de tipul „nimic nu s-a scos sau adăugat așa că rezultatul este același“. Un elev care utilizează acest ultim argument trebuie să se gîndească sau „să opereze mintal“ asupra problemei. El hotărăște să ignore în mod evident schimbarea observată și consideră că logica sa îl înzestrează cu o îndrumare mai bună către o concluzie corectă, decît observarea unei schimbări fizice particulare. Piaget a argumentat că stăpînirea principiului de conservare este un pas către înțelegerea conceptelor în general și a sugerat că operația logică de tipul descris este adecvată numai vîrstei de 11 ani. O serie de cercetări, bazate pe experimentele noastre au arătat că o astfel de gîndire logică poate fi efectuată de către copii de vîrstă mai mică. Cercetarea legată de învățămîntul pe etape pare să arate că anumite experiențe de învățare pot ajuta elevii să depășească ceea ce nu au înțeles din conservare și ca urmare să accelereze completarea conceptului. Credem că o înțelegere timpurie a utilizării unităților de măsură este importantă și sugestiile noastre referitoare la predare subliniază aceasta.

Strîns legat de înțelegerea incorectă a conceptului la acest nivel este întrebuițarea greșită a terminologiei de către elev. Cercetările și-au fixat deseori interpretările pe procedeul întrebărilor care utilizau o terminologie abstractă (de exemplu „mărimea suprafeței“) și este cîteodată dificil de descoperit dacă răspunsurile copiilor se datorau interpretării greșite a unor astfel de termeni sau lipsei de înțelegere a conceptului. Comentariul s-a făcut deseori pe baza răspunsurilor variate date de elev, căruia i s-au aplicat diferite teste referitoare la același stadiu conceptual. Diferitele răspunsuri au fost cîteodată determinate de vocabularul utilizat, dar și diferitele materiale practice au avut același efect. Adevărata înțelegere va permite elevului să dea răspunsuri consecutive în toate aceste activități practice.

Vocabularul folosit poate indica dacă elevul este derutat de termenii utilizați sau dacă el înțelege conceptul la acest stadiu. Pentru a examina înțelegerea de către copii a termenilor introducem două tipuri de întrebări: un tip folosește termenul abstract, de exemplu „măsura suprafeței“, în timp ce celălalt tip folosește un termen mai realist, de exemplu „întînderea pajiștii (pășunii)“. Primul tip cere elevului să facă legătura min-

tală a termenului abstract cu conceptul de arie, în timp ce al doilea tip este o indicație vizuală despre mărimea suprafeței pe care crește iarba. Deseori copilul dă un răspuns corect la al doilea tip de întrebare, dar pentru primul tip de întrebare el interpretează termenul abstract într-un astfel de mod încât dă un răspuns care indică în mod aparent un concept sărăcăcios. Astfel de răspunsuri „greșite” nu înseamnă neapărat că elevul are o concepție greșită despre arie, ci mai degrabă despre înțelesul dat termenului. Pentru a indica o slabă înțelegere a ariei el trebuie să dea răspunsuri greșite la ambele tipuri de întrebări, adică la ambele etape ale testului.

De aceea ne interesează la acest stadiu problema conservării și utilizării cuvintelor și înțelegerii lor. Sînt importante aici experiențe variate legate de situațiile de conservare similare și pretindem ca un ajutor în înțelegere introducerea comparărilor simple prin utilizarea unităților de măsură.

OBIECTIVE

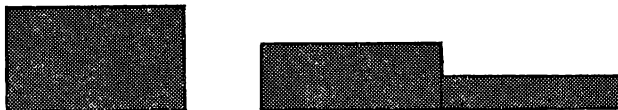
- Înțelegerea deplină a cuvîntului utilizat (termenul „abstract” teoretic și termenul realist sau „concret”)
- Examinarea problemei de conservare.
- Încurajarea unei vederi mai largi a conservării, care nu este restrînsă la o simplă aparență.
Utilizarea măsurătorilor simple.
- Considerarea relației dintre unitățile de măsură a ariei.

MATERIALUL IMPUS

Din nou, pentru scopuri de comparare, vocabularul, prezentarea întrebărilor și materialul sînt supuse criticii.

Testul 5

Aveți nevoie de trei dreptunghiuri albastre



„Are acest dreptunghi aceeași mărime a suprafeței ca și acea figură (indicați) sau are o mărime a suprafeței diferită? Poți mișca figurile dacă dorești.”

Dacă elevul răspunde „aceeași”

„De ce afirmi aceasta?”

Dacă elevul răspunde „diferită”

„Care figură are suprafața mai mare? De ce afirmi aceasta?”

Testul 5 B

Aveți nevoie de trei dreptunghiuri verzi.



„Doresc să-ți imaginezi că acestea sînt cîmpuri. Are acest cîmp (indicați dreptunghiul singur) aceeași întindere a suprafeței de iarbă ca și celea două împreună (indicați cele două dreptunghiuri) sau are o întindere diferită de iarbă. Poți mișca figurile dacă dorești”.

Dacă elevul răspunde „aceeași”

„De ce afirmi aceasta?”

Dacă elevul răspunde „diferit”

„Care cîmp este mai întins? De ce afirmi aceasta?”

ÎNREGISTRAREA DATELOR

Aceeași mărime a suprafeței sau întindere a ierbii, deoarece ✓
ambele se pot transforma în aceeași figură geometrică sau alt
răspuns corect

Aceeași mărime a suprafeței sau întindere de iarbă, deoarece ?
o figură este mai lungă, dar cealaltă este mai lată

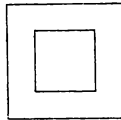
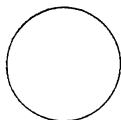
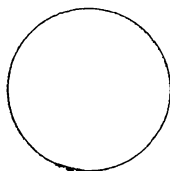
Aceeași întindere de iarbă, deoarece ambele figuri au același ×
număr de vîrfuri și laturi

O figură are suprafața mai mare sau mai multă iarbă, deoarece ×
este mai lungă, mai lată sau are mai multe vîrfuri sau laturi

Oricare alt răspuns, fără temei sau ghicit ×

Testul 6

Aveți nevoie de două cercuri albe, două pătrate albe.



a. „Care figură are suprafața mai mare?”

„Le poți mișca dacă dorești.”

Plasați altfel figurile alese.

b. „Care dintre aceste trei figuri are suprafața mai mare?

De ce ai ales-o pe aceasta?”

Dacă elevul compară figura aleasă cu una dintre figurile rămase:

„De ce crezi că are suprafața mai mare decât aceasta (indicați figura rămasă)?”

Dacă elevul indică două sau mai multe figuri ca avînd arii egale:

„De ce afirmi că acestea două au fiecare aceeași mărime a suprafeței?”

ÎNREGISTRARE

a. Cercul mare are suprafața cea mai mare

✓

Oricare altă figură aleasă

×

b. Pătratul complet are suprafața cea mai mare, deoarece
celălalt pătrat are o gaură în mijloc și cercul este mai mic

✓

Pătratul întreg are suprafața cea mai mare în comparație
cu una din celelalte figuri

?

Ambele pătrate cu aceeași măsură a suprafeței, deoarece au
aceleași dimensiuni și formă

×

Oricare alt răspuns, fără temei sau ghicit

×

Testul 7A

Aveți nevoie de un dreptunghi roșu, două triunghiuri roșii



„Are dreptunghiul (indicați) aceeași { arie
măsură a suprafeței } ca și a-
cest dreptunghi sau are o { arie
măsură a suprafeței } diferită?”

Dacă elevul răspunde „diferită” egalati figurile prin plasarea dreptunghiului întreg peste celălalt și repetați întrebarea.

Regrupați cele două triunghiuri:



„Are această figură (indicați triunghiul) aceeași { arie
măsură a suprafeței }
ca a dreptunghiului sau are o { arie
măsură a suprafeței } diferită?”

Dacă elevul răspunde „*aceeași*”

„*De ce afirmi aceasta?*”

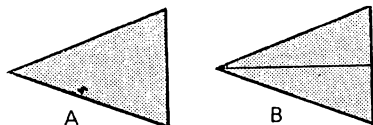
Dacă elevul răspunde „*diferită*”

„*Care are* $\left\{ \begin{array}{l} \text{aria} \\ \text{suprafața} \end{array} \right\}$ *mai mare?*”

„*De ce afirmi aceasta?*”

Testul 7B

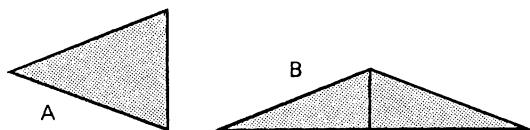
Aveți nevoie de trei triunghiuri galbene



„*Dacă am vopsit aceeași figură cu roșu (indicați A) aș avea nevoie de aceeași cantitate de vopsea sau o cantitate diferită pentru a vopsi acea figură cu roșu (indicați B)?*”

Dacă elevul răspunde „*diferită*” plasați A peste B și repetați întrebarea.

Regrupați B.



„*Dacă aș vopsi această figură (indicați A) aș avea nevoie de aceeași cantitate de vopsea sau cantitate diferită pentru a vopsi acea figură (indicați B)?*”

Dacă elevul răspunde „*aceeași*”

„*De ce afirmi aceasta?*”

Dacă elevul răspunde „*diferită*”

„*Care figură necesită mai multă vopsea?*”

„*De ce afirmi aceasta?*”

ÎNREGISTRARE

Ambele figuri sînt la fel cum au fost la început și nimic nu a fost adăugat sau scos. ✓

Ambele figuri sînt la fel deoarece una este mai lată dar cealaltă este mai lungă. ?

O figură are suprafața mai mare și necesită mai multă vopsea deoarece este mai lungă, mai lată sau are mai multe vîrfuri sau laturi. ×

Oricare alt răspuns, fără temei sau la întâmplare. ×

Notă. Etapele 5 și 7 conțin întrebări utilizând atât termenul „realist” cât și cel „abstract”. Dacă apar înțelegeri greșite a termenilor abstracți sugerăm ca profesorul să încerce să corecteze aceasta înainte de a se aplica etapele următoare.

Testul 8

Aveți nevoie de un triunghi galben, un pătrat galben

Dați elevului să țină câte o figură în fiecare mână.

„Doresc să-ți imaginezi că aceștia sînt biscuiți și-ți este foarte foame, pe care preferi să-l ai?”

„De ce afirmi aceasta?”

Dacă elevul motivează într-un mod nematematic:

„Are această figură aceeași cantitate de biscuit ca și aceea sau are o cantitate de biscuit diferită?”

Dacă elevul răspunde „aceeași”

„De ce afirmi aceasta?”

Dacă elevul răspunde „diferită”

„Care are mai mult biscuit?”

„De ce afirmi aceasta?”

ÎNREGISTRARE

Ambele figuri au aceeași cantitate de biscuit; elevul potrivește o figură peste cealaltă. ✓

Ambele se pot aranja în aceeași figură, au aceeași mărime sau alt raționament corect. ✓

Ambele figuri au aceeași cantitate de biscuit, deoarece una este mai lungă, dar cealaltă este mai lată ?

O figură are mai multă cantitate de biscuit deoarece este mai lungă, mai lată, are mai multe laturi ×

Oricare alt răspuns, fără temei, la întîmplare ×

Testul 9

Aveți nevoie de o figură  roșie și de douăsprezece pătrate-unități albe

Elevului i se permite să manipuleze figurile.

*„Află câte pătrate albe au aceeași { arie
măsură a suprafeței } ca și figura roșie”.*

ÎNREGISTRARE

Plasează 10 unități peste figura roșie sau construiește o figură √
identică lângă figura roșie

Plasează unitățile în jurul exteriorului figurii roșii ×

Oricare alt răspuns sau nu este capabil să opereze ×

(v. testul 10 c)

INTERPRETARE

Etapă 5. Această etapă examinează capacitatea de înțelegere a copilului în situațiile care implică figuri cu arii identice, dar cu dimensiuni (liniare) diferite. Întrebările se pun în două moduri: unul care utilizează cuvinte abstracte (aici aria este denumită „măsură a suprafeței”) și altul cu expresii concrete, realiste („cîmp” și „aceeași întindere de iarbă”).

Elevii care înțeleg termenul de „măsură a suprafeței” și la care nu contează schimbarea figurii, nu se bazează numai pe o dimensiune la aflarea ariei și vor da un răspuns corect la ambele părți ale testului. Un număr considerabil de elevi (de la 6 la 8 ani și ocazional mai mari) vor răspunde la prima parte a testului dînd un răspuns de forma „Această figură are o suprafață mai mare deoarece este mai lungă (mai lată, mai largă etc.)”. Elevul își fixează atenția sau numai asupra unei dimensiuni sau crede că „suprafață mai mare” înseamnă de fapt „că are lungimea mai mare”. În al doilea rînd cînd se utilizează termenii concreți — din viața de toate zilele — mulți copii vor da un răspuns corect — „aceeași întindere de iarbă”, deoarece se pot pune părțile împreună pentru a fi aceeași etc., ceea ce confirmă mai degrabă greșita aplicare a cuvintelor „măsură suprafeței”, decît conceptualizarea greșită datorită percepției. Totuși un număr de elevi vor persista să spună „mai multă iarbă pe acest cîmp, deoarece este mai lung (are mai multe vîrfuri etc.), reflectînd astfel înțelegerea greșită a conceptului de arie, care de fapt este o măsurare bidimensională.

În etapele precedente (a se vedea etapa impusă nr. 3) am notat că o parte dintre elevi înțelegeau în mod aparent termenul „suprafață”, dar schimbau semnificația cuvîntului astfel că el implică lungimea cînd era asociat cu cuvîntul „măsură”.

Etapă 6. Curios, cînd se cere ordonarea figurilor după arie, aceeași elevi pot aplica semnificația convențională a cuvîntului „suprafață” și aleg în această etapă, figurile în ordinea corectă. Posibil aceasta deoarece ei își focalizează atenția asupra cuvîntului „mai mare”, care la rîndul său implică o ordine. De fapt numai elevii mai mici nu reușesc să descopere ordinea corectă din această etapă. Nereușita se atribuie de obicei lipsei totale de înțelegere a întrebării, sau nereușitei în etapele precedente sau incapacității de a găsi un sistem de comparație între mai mult de două figuri.

Etaşa 7. Aici, pentru prima dată, profesorul expune şi obţine confirmarea din partea elevilor în cazul când două figuri au arii similare (din nou, utilizând pe rând o exprimare „abstractă” şi una „realistă”) şi apoi schimbă una dintre figuri prin rearanjare astfel ca una din dimensiunile ei să domine. La aceasta mulţi copii de vîrstă mai mică care au înţeles ambele tipuri de exprimări sugerează că o figură are o arie mai mare deoarece este „mai lungă”, „mai lată” sau „are mai multe vîrfuri”. Aceasta deoarece avînd un concept slab dezvoltat despre arie ei îşi îndreaptă atenţia asupra unei dimensiuni sau factor nesemnificativ care pare să determine mărimea ariei. În expunerea noastră 49% dintre copii în vîrstă de şapte ani şi jumătate, 54% dintre copii de opt ani, 71% dintre cei de opt ani şi jumătate, 76% dintre cei de nouă ani şi 83% de zece ani au dat răspunsuri corecte la această etapă, când s-a folosit termenul „măsura suprafeţei”. Când se foloseşte termenul „cantitate de vopsea” cifrele corespunzătoare au fost respectiv 59%, 62%, 75%, 81% şi 86%. Aşa după cum remarcă Piaget, elevii de vîrstă mai mică (pînă aproape de unsprezece ani) sînt incapabili să-şi însuşească organic gîndirea logică şi-şi bazează răspunsurile lor în întregime pe ceea ce văd. Totuşi se poate tot atît de bine ca unii elevi care dau acest tip de răspuns să fie capabili să gîndească logic, dar preferă să se bazeze pe observaţiile aparent importante. Ei pot ajunge la concluzia că două arii pot fi egale, deoarece „nimic nu s-a mişcat”, dar ei de asemenea văd că o dimensiune a crescut şi datorită acestui al doilea argument, care domină, ei dau răspunsul respectiv.

În acest caz elevii, care utilizează argumentul logic referitor la schimbările fizice care distrag, au atins un stadiu conceptual mai avansat, deoarece experienţa şi maturitatea lor le dă posibilitatea să selecteze argumentul corect. (A se vedea etapa 17 ca exemplu de folosire corectă a unui argument numai pentru percepţie.)

Din constatările noastre este clar că ceea ce nu s-a înţeles este comun elevilor mai mici (de cinci ani şi mai mari), dar de asemenea credem că cercetarea precedentă, necomparînd sau nestudiind expresiile utilizate în întrebări, a supraestimat lipsurile sau concepţiile aparent greşite în această situaţie.

Etaşa 8. Aici obţinem în special o indicaţie dacă un elev se bazează cu dificultate numai pe percepţie sau dacă el încearcă să compare prin alăturare, sau prin suprapunere etc., adică dacă este capabil să examineze toate căile posibile de comparare a două arii. Unii elevi (cîţiva de opt ani sau mai mari) care au dat răspunsuri corecte la etapele precedente pot reveni acum să se sprijine pe percepţii, adică „triunghiul are o mai mare cantitate de biscuit deoarece este mai lung”.

Toate aceste etape pot indica netrăinicie în înţelegere, care la rîndul ei ne conduce la examinarea capacităţii elevului de a măsura aria tolosind unităţile. Dacă ei pot realiza astfel de măsurători se poate sugera

o cale de comparare rațională a două arii și astfel scade imboldul de a judeca aria numai după percepție.

Etașa 9. Acest indicator simplu de utilizare a unităților folosește expresii din etapele precedente și punctează în mod simplu calea către o succesiune posibilă în predare. Un număr de elevi interpretează deseori întrebarea în așa fel încât ei plasează unitățile de măsură în jurul perimetrului figurii pentru a o măsura, pe cînd alții avînd noțiunea că aria trebuie să fie un pătrat (asociat în parte cu cuvintele „centimetri pătrați”) răspund la problemă folosind unitățile ce completează figura ca un pătrat și apoi numără unitățile folosite.

În cazul în care copiii raționează corect în alegerea lor păstrează aceeași formă de exprimare „nimic nu s-a scos sau adăugat” sau în termeni similari „figurile au fost la fel de la început”. Totuși ei pot face un raționament luînd în considerare o compensare de forma „ele au aceeași măsură a suprafeței, deoarece acea latură este mai lungă, dar aceasta este mai îngustă”. Cercetătorii au considerat acesta un raționament satisfăcător și ca urmare au dedus buna înțelegere a conceptului. Astfel de raționamente, totuși, sînt insuficiente deoarece nu indică cunoștințele despre relația între lungime și lățime în aflarea ariei totale. Deseori copiii vor face acest tip de raționament prin compensare în mod simplu: deoarece lungimile și lățimile sînt diferite, cînd, de fapt, cele două figuri nu sînt similare. De aceea, astfel de răspunsuri în etapele noastre, deși conduc la o concluzie corectă pot să nu fie suficiente. Totuși se pare că este adevărat că raționamentul prin compensare de acest tip arată că elevul caută să ducă la bun sfîrșit problema ariei în termenii a două dimensiuni și de aceea, se află la un stadiu mai avansat de conceptualizare decît colegul său, care se bazează în întregime pe atenția acordată numai unei dimensiuni.

CÎTEVA SUGESTII PENTRU PROFESOR

Sugerăm apoi ca elevilor care au înțeles factorii implicați în primele patru etape impuse, dar care nu au reușit să se mențină la un nivel superior, să li se dea posibilitatea să participe la următoarele activități care utilizează simple măsurători. Trebuie să accentuăm că simpla participare la activitatea practică de acest tip nu garantează că fiecare elev va avea de cîștigat în ceea ce privește conceptul de conservare și este clar că sistemul întrebărilor aplicat cu grijă și în mod regulat, precum și discuțiile constituie un aspect important a activității. Pentru acest motiv considerăm că un sistem de prezentare a unei activități rigide pe fișe de o anumită valoare, de asemenea poate forma o bază folositoare pentru etapele următoare. Rolul profesorului de „coleg de investigație” este vital pentru acest important stadiu.

Introducerea unităților de măsură: construirea figurilor geometrice

Material. Introducem dreptunghiurile ca unități de arie. Unitățile de arie ($2\text{ cm} \times 4\text{ cm}$) utilizate în etapa 18 sînt de dimensiuni convenabile și pot fi duplicate din foi de vinilin sau plăci pentru pardoseală. Folosirea centimetrului pătrat ca unitate standard nu este introdusă la acest stadiu, deoarece mulți elevi își închipuie noțiunea de arie în termeni de „pătrat”. Elevilor li se cere să separe opt dreptunghiuri galbene (unitățile) și să le pună în grămadă și să repete aceasta de cinci ori. În această activitate de explorare întrebările vor fi de tipul următor:

„Utilizează toate cele opt dreptunghiuri din prima grămadă pentru a forma un pătrat”.

„Utilizează toate cele opt dreptunghiuri din a doua grămadă pentru a forma o figură lungă și îngustă”.

„Utilizează toate cele opt dreptunghiuri din a treia grămadă pentru a forma o figură în formă de T.”

„Utilizează toate cele opt dreptunghiuri din a patra grămadă pentru a forma o figură în formă de T diferită de cea de sus”.

„Utilizează toate cele opt dreptunghiuri din a cincea grămadă pentru a forma o altă figură la care te gîndești”.

În scopuri de înregistrare a datelor se sugerează ca toate figurile realizate să fie așezate pe o foaie mare de hîrtie și să li se deseneze conturul cu o cariocă. Următoarele propoziții scrise de elevi, sub două dintre figuri întăresc activitatea: „Această figură este alcătuită din opt dreptunghiuri”. În scopul de a înlănțui terminologia cu activitatea vor trebui să apară pe foaia de înregistrare propoziții de următorul tip: „Această figură are aceeași măsură a suprafeței (aria) ca și opt dreptunghiuri”. În cele din urmă i se cere elevului să schimbe pătratul într-una din figurile în formă de T și odată realizată aceasta (nemaiputînd copia pătratul), i se cere să schimbe figura lungă și îngustă într-un pătrat. Profesorul pune elevului întrebări de tipul:

„Are acest pătrat (arătînd ultimul pătrat construit) aceeași măsură a suprafeței sau o măsură a suprafeței diferită de acel pătrat (indicînd pătratul desenat pe hîrtie)”?

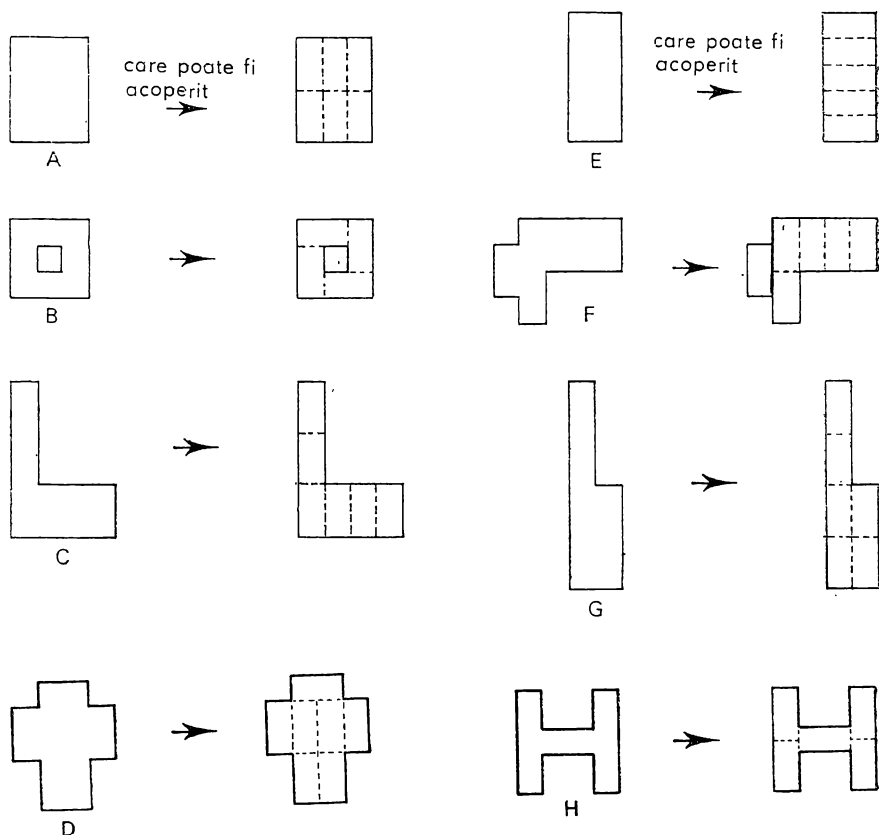
De notat că procedura de a pune întrebări întotdeauna îl pune pe elev în situația de a alege între două sau mai multe situații posibile. Apoi li se cere să justifice alegerea lor. Următoarele întrebări pot fi:

„Se poate ca o altă figură să fie schimbată într-un pătrat cu aceeași măsură a suprafeței?

De ce afirmi aceasta? Arată-mi”.

Compararea diferitelor arii folosind unitățile

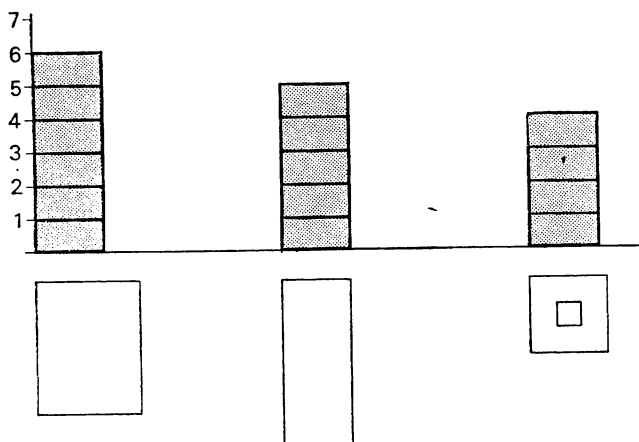
Materialul. Figurile (etichetate A, B, C, D etc., în diagramă) sînt tăiate dintr-un material rigid (de exemplu foaie de vinilin) astfel că pot fi acoperite cu unități de $2\text{ cm} \times 4\text{ cm}$ (din etapa 18) folosite mai înainte.



Se dau indicații elevului să utilizeze unitățile dreptunghiuri pentru a acoperi exact suprafața figurii mari A. I se cere apoi elevului să transfere unitățile și să le plaseze unele peste altele, pe o foaie mare de hîrtie pentru a forma un grafic bloc așa cum se vede mai jos. Figura concretă este plasată sub prima coloană și conturul ei este desenat de către elev cu o cariocă. Acest proces se repetă cu fiecare dintre figuri. De accentuat că sistemul de înregistrare este de fapt, un transfer direct al activității.

Se pot utiliza unități care se lipsesc, dar există o oarecare dificultate în manipulare. Întrebările legate de interpretarea graficului bloc pot fi de tipul:

Numărul de dreptunghiuri necesare pentru acoperirea figurilor



„Cîte figuri au aceeași măsură a suprafeței (arie) ca și patru dreptunghiuri unități?”

„Cîte figuri au aceeași măsură a suprafeței (arie) cît șase dreptunghiuri unități?”

„Două figuri au aceeași arie cu cinci dreptunghiuri unități. Găsiți-le și trasați conturul lor.”

„Care dintre figuri are aria cea mai mare?”

„Cîte figuri au aceeași măsură a suprafeței (arie) ?”

„Cîte unități dreptunghiuri au aceeași arie cu una dintre aceste figuri ?”

Varietatea acestui material și procedura de a pune întrebările încurajează elevii în manipularea unităților și folosirea terminologiei pentru o mai bună înțelegere. Interpretarea trebuie să proiecteze un număr de exerciții care să încurajeze elevii în examinarea și interpretarea rezultatelor lor înregistrate.

2C

Verificarea principiului de conservare folosind unități

Elevii care nu au reușit să conserve aria într-unul sau mai multe dintre etapele 5, 7 și 8 și s-au familiarizat cu utilizarea simplă a unităților pot acum continua cu următoarele exerciții.

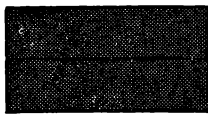
- (i) *Material:* Un dreptunghi roșu ($12\text{ cm} \times 8\text{ cm}$) din etapa 1.
 Două dreptunghiuri verzi ($12\text{ cm} \times 4\text{ cm}$) din etapa 5b.
 25 dreptunghiuri galbene ($4\text{ cm} \times 2\text{ cm}$) din etapa 18.

Conservarea ariei este legată de experiențele practice de măsurătoare însoțite de întrebări de felul:

„Plasează dreptunghiurile pe masă așa cum se vede în figură“.



dreptunghiul roșu



dreptunghiuri verzi

„Folosește dreptunghiurile unității galbene pentru a acoperi exact dreptunghiul roșu“.

„Are dreptunghiul roșu aceeași măsură a suprafeței (arie) ca cele două dreptunghiuri verzi la un loc?“ Da/Nu

„Câte unități dreptunghiuri galbene trebuie pentru a acoperi dreptunghiul roșu?“

Se indică elevului să lungească dreptunghiurile verzi ca mai jos și i se cere:



„Ridică unitățile dreptunghiuri galbene de pe figura roșie și acoperă figura verde. Care dintre următoarele propoziții este corectă?“

„1) Figura verde lungă are o arie mai mare decât figura roșie“.

„2) Figura verde lungă are o arie mai mică decât figura roșie“.

„3) Figura verde lungă are aceeași arie ca și figura roșie“.

(ii) Material: Un pătrat roșu ($6 \text{ cm} \times 6 \text{ cm}$) din etapa 17.

Patru dreptunghiuri ($2 \text{ cm} \times 6 \text{ cm}$) (galbene).

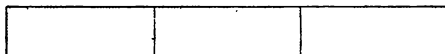
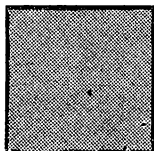
13 unități albe ($2 \text{ cm} \times 2 \text{ cm}$) din etapa 9.

Elevul se întâlnește cu același principiu de conservare al ariei dar privit din alt punct de vedere. Pentru aceasta materialul, tipul unităților și forma întrebărilor sînt schimbate astfel că el nu este mereu încurajat să răspundă la aceeași formă de situație practică sau întrebare. Întrebările pot fi formulate astfel:

„Pătratul roșu mare are aceeași măsură a suprafeței (arie) ca $1\frac{1}{2}/\frac{3}{4}$ dreptunghiuri galbene“.

„Subliniază răspunsul corect.“

Se indică să se așeze de-a lungul trei dreptunghiuri galbene lângă pătratul mare și să se acopere exact ambele figuri cu pătratele-unități albe.



„Găsește care este numărul corect în această propoziție”.

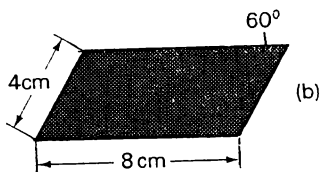
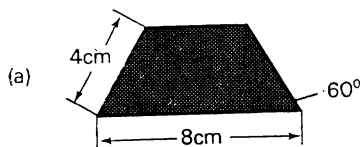
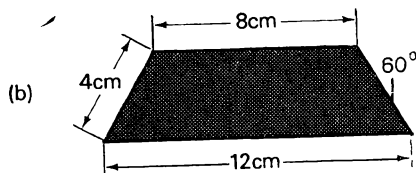
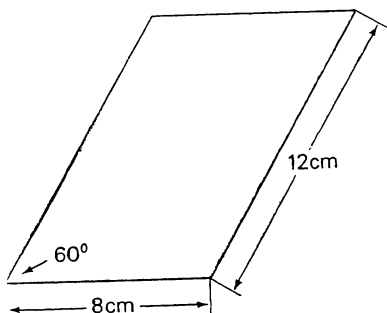
„Figura lungă galbenă are aceeași arie cu $8/9/10/12$ unități pătrate albe.”

„Pătratul roșu mare are aceeași arie cu $10/11/9/6$ unități pătrate albe.”

Elevul care sesizează conceptul de conservare va răspunde la acestea fără a recurge la plasarea efectivă a unităților pe figura roșie. Știe că trebuie 9 unități datorită răspunsurilor pe care le-a dat înainte și datorită principiului conservării.

(iii) *Material:* Un paralelogram (alb).

Trei figuri verzi prezentate mai jos.

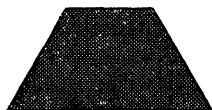


25 unități (triunghiuri echilaterale) roșii după cum urmează:

„Acoperă exact figura albă cu unitățile verzi”.

„Câte triunghiuri roșii unități au aceeași arie cu figura albă?”

„Acum formează o figură ca aceea care urmează utilizând toate cele trei figuri verzi”.



„Ridică de pe figura albă unul câte unul triunghiurile roșii-unitate.”
 „Câte triunghiuri roșii-unitate au aceeași arie ca și figura pe care ați construit-o?”

„Formează următoarea figură



folosind din nou toate cele trei figuri verzi.”

„Câte triunghiuri roșii-unitate vor avea aceeași arie cu această nouă figură?”

„Figura aceasta nouă are aceeași arie sau o arie diferită de figura albă?” DA/NU.

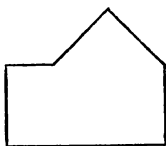
„Scrie o propoziție care să explice răspunsul (raționamentul) de la ultima întrebare”.

Se pare că elevii care sînt pe drumul înțelegerii principiului de conservare vor putea acum să aibă suficientă experiență practică pentru a da în mod constant răspunsuri corecte și explicații la următoarele teste de verificare. Totuși experiența arată că unii elevi vor avea nevoie de mai multe situații practice variate, înainte de a sesiza principiul.

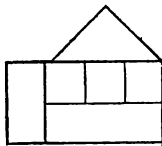
MATERIAL IMPUS

Testul 10

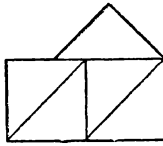
Aveți nevoie de trei figuri identice: X, Y și Z



X



Y

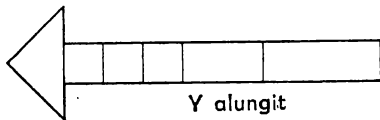


Z

„Au aceste figuri aceeași $\left\{ \begin{array}{l} \text{arie} \\ \text{măsură a suprafeței} \end{array} \right\}$ sau au $\left\{ \begin{array}{l} \text{arii} \\ \text{măsurări ale suprafețelor} \end{array} \right\}$ diferite?”

Dacă elevul răspunde „diferite” egalați figurile plasînd X peste Y apoi X peste Z și repetați întrebarea.

Se poate acționa și altfel.



Y alungit

Reașezați Y ca la pag. 48.

„Are această figură (indicați Y) aceeași $\left\{ \begin{array}{l} \text{arie} \\ \text{măsură a suprafeței} \end{array} \right\}$
cu acea figură (indicați X) sau are $\left\{ \begin{array}{l} \text{aria} \\ \text{măsura suprafeței} \end{array} \right\}$ diferită?”

Dacă elevul răspunde „aceeași”

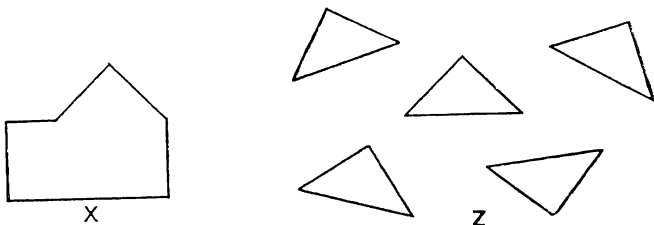
„De ce afirmi aceasta?”

Dacă elevul răspunde „diferită”

„Care figură are $\left\{ \begin{array}{l} \text{aria} \\ \text{măsura suprafeței} \end{array} \right\}$ mai mare? De ce afirmi
aceasta?”

Testul 10B

Separați piesele lui Z



„Au toate aceste piese împreună (indicați Z) aceeași $\left\{ \begin{array}{l} \text{arie} \\ \text{măsura supra-} \end{array} \right\}$
feței ca această figură (indicați X) sau au $\left\{ \begin{array}{l} \text{aria} \\ \text{măsura suprafeței} \end{array} \right\}$ diferită?”

Dacă elevul răspunde „la fel”

„De ce afirmi aceasta?”

Dacă elevul răspunde „diferită”

„Care are $\left\{ \begin{array}{l} \text{aria} \\ \text{măsura suprafeței} \end{array} \right\}$ mai mare?”

„De ce afirmi aceasta?”

Testul 10C

Plasați X într-o parte și separați piesele lui Y

„Au toate aceste piese împreună (indicați Y) aceeași $\left\{ \begin{array}{l} \text{arie} \\ \text{măsură a supra-} \end{array} \right.$ feței } ca toate acele piese (indicați Z) sau au $\left\{ \begin{array}{l} \text{aria} \\ \text{măsura suprafeței} \end{array} \right.$ diferită?”

Dacă elevul răspunde „aceeași”

„De ce afirmi aceasta?”

Dacă elevul răspunde „diferită”

„Care are $\left\{ \begin{array}{l} \text{aria} \\ \text{măsura suprafeței} \end{array} \right.$ mai mare?”

„De ce afirmi aceasta?”

ÎNREGISTRAREA DATELOR PENTRU 10A, 10B ȘI 10C PE RÎND

Ambele figuri sînt la fel așa cum au fost de la început, nimic $\checkmark$
nu a fost scos sau adăugat.

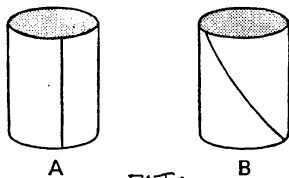
Ambele figuri sînt la fel deoarece una este mai lungă dar ?
cealaltă mai lată.

O figură are suprafața mai mare deoarece este mai lungă, $\times$
mai lată etc., piesele sînt mai împrăștiate, sînt mai multe piese
sau piesele sînt mai lungi.

Oricare alt răspuns la întîmplare. $\times$

Testul IIA

Aveți nevoie de doi cilindri identici care au suprafețele acoperite cu material plastic



„Are această suprafață curbă (indicați suprafața colorată a lui A așa cum se vede) aceeași $\left\{ \begin{array}{l} \text{arie} \\ \text{măsură a suprafeței} \end{array} \right.$ cu aceea (indicați plasticul colorat al lui B) sau are o $\left\{ \begin{array}{l} \text{arie} \\ \text{măsură a suprafeței} \end{array} \right.$ diferită?”

Dacă elevul răspunde „diferită”, încheiați etapa.
Se poate acționa și altfel.

Scoateți materialul plastic care are o tăietură verticală (A) și plasați piesa dreptunghiulară de plastic pe masă.

„Are acest dreptunghi aceeași $\left\{ \begin{array}{l} \text{arie} \\ \text{măsură a suprafeței} \end{array} \right\}$ cași suprafața curbă (indicați plasticul colorat al lui B) sau are o $\left\{ \begin{array}{l} \text{arie} \\ \text{măsură a suprafeței} \end{array} \right\}$ diferită?”

Dacă elevul răspunde „aceeași”

„De ce afirmi aceasta?”

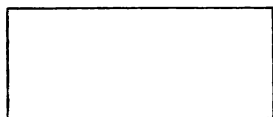
Dacă elevul răspunde „diferită”

„Care are $\left\{ \begin{array}{l} \text{aria} \\ \text{măsura suprafeței} \end{array} \right\}$ mai mare?”

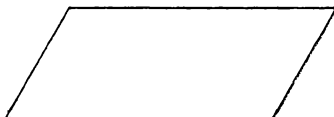
„De ce afirmi aceasta?”

Testul II B

Scoateți materialul plastic de pe cel de-al doilea cilindru B și plasați-l lângă dreptunghi pe masă



A



B

„Are dreptunghiul aceeași $\left\{ \begin{array}{l} \text{arie} \\ \text{măsură a suprafeței} \end{array} \right\}$ cu această figură (indicați B) sau are o $\left\{ \begin{array}{l} \text{arie} \\ \text{măsură a suprafeței} \end{array} \right\}$ diferită?”

Dacă elevul răspunde „aceeași”

„De ce afirmi aceasta?”

Dacă elevul răspunde „diferită”

„Care are $\left\{ \begin{array}{l} \text{aria} \\ \text{măsura suprafeței} \end{array} \right\}$ diferită?”

„De ce afirmi aceasta?”

ÎNREGISTRAREA DATELOR PENTRU 11A ȘI 11B PE RÎND

Ambele au aceeași măsură a suprafeței, deoarece ambele erau la fel de la început, nimic nu s-a adăugat sau scos etc. ✓

Ambele au aceeași măsură a suprafeței, deoarece una este mai lungă și cealaltă este mai lată ?

O figură are suprafața mai mare deoarece este mai lungă, mai lată etc. ×

Oricare alt răspuns, la alegere. ×

(v. testul 12)

Aceste etape de verificare examinează încă odată abilitatea elevului în observarea schimbării figurii legată de problema egalității ariilor. Materialul a fost desemnat astfel încît să nu se poată da un răspuns folosind argumentul „Ele trebuie să aibă aceeași arie deoarece numărul de piese este același la ambele figuri”. Egalitatea numărului de piese este deseori prezentată ca o justificare semnificativă pentru elevii mici. De accentuat că prezentarea numai a unui răspuns corect (fără nici o justificare) nu garantează înțelegerea. Elevul este încurajat în mod continuu să justifice răspunsurile sale, astfel comunicarea și utilizarea continuă a terminologiei de către profesor și elev fiind importantă în decursul întregii activități.

Un copil care a sesizat principiul general de conservare va argumenta de tipul „nimic nu s-a scos sau adăugat, deci figura trebuie să aibă aceeași măsură a suprafeței (arie)”. Alternativ el va raționa bazat pe noțiunea de reversibilitate, adică „Poți schimba figura din nou pentru a reveni la cea de la început, deci trebuie să aibă aceeași măsură a suprafeței (arie)”.

Piaget susține că abilitatea pentru a inversa mintal o operație este un factor fundamental pentru dezvoltarea generală a oricărui concept.

MATERIAL PENTRU PREDARE SUPLIMENTAR

Odată ce s-a ilustrat principiul de schimbare a figurilor fără a îndepărta nici o piesă și s-a demonstrat că aria rămîne neschimbată și că figurile lungi, înguste pot avea aceeași arie cu figurile mai „compacte” se întărește acest punct de vedere prin utilizarea măsurătorilor și unităților de măsură. Multe întreprinderi produc materiale utile pentru această activitate și profesorul poate consulta cataloagele lor.

3. MĂSURĂRI SUPLIMENTARE ALE ARIEI

Elevul care a lucrat și înțeles egalitatea, coincidența prin suprapunere și ordonarea figurilor prin compararea ariilor lor și care a raționat logic explicînd conservarea ariei este gata să continue o activitate mai detaliată referitoare la măsurători.

Acum devin importante munca pe baza principiului și utilizarea unităților de măsură, iar evidența ținută de noi arată că elevii care înțeleg pentru prima dată acest tip de activitate dovedesc deseori o înțelegere greșită.

Din punct de vedere matematic, o unitate practică de măsurare a ariei poate fi orice figură și ariile pot fi comparate dacă o astfel de unitate este folosită pentru măsurarea tuturor ariilor. Totuși unitatea standard teoretică de arie implică pătrate, centimetrul pătrat, metrul pătrat etc. și dacă de exemplu centimetrul pătrat este introdus la un

stadiu mai timpuriu de conceptualizare, mulți elevi gîndesc măsurarea ariei numai în termeni de „pătrați“. De aceea noi susținem punctul de vedere că, pentru ca elevii să capete o bună înțelegere a unităților de măsură, ei trebuie mai întîi să manipuleze o varietate de „unități“ de diferite figuri. Acestea se pot confecționa cu ușurință din plăci de plastic pentru pardoseală sau carton. Deoarece elevii discută despre arie în termenii acestor unități variate, ei încep să-și dea seama că ar fi mai bine să existe o convenție universală despre unitățile folosite. De aceea la acest stadiu și nu mai devreme, profesorul este sfătuit să introducă o unitate standard convențională.

Un mare număr dintre elevii din școala primară încearcă să măsoare ariile figurilor regulate folosind rigla cînd se dau la alegere figurile unități, grila din plastic transparent sau rigla. Se pare că ei încearcă să aplice o tehnică de măsurare predată (probabil urmînd principiul că aria unei figuri dreptunghice = lungimea $\times$ lățimea), înaintea unei reale înțelegeri a utilității ei. Acestor elevi nu le trece prin minte să compare ariile folosind unitățile de arie (figurile unități sau grila din plastic). Mulți dintre ei măsoară numai o dimensiune sau măsoară perimetrele, iar unii adună lungimea și lățimea pentru a ajunge la un număr de comparat. De aceea accentuăm că o regulă pentru măsurarea ariei (aria dreptunghiulară = lățimea $\times$ lungimea sau chiar mai complicat
$$\text{aria triunghiulară} = \frac{1}{2} \text{ baza} \times \text{înalțimea})$$
 nu trebuie introdusă pînă

ce elevul nu a măsurat un număr de dreptunghiuri utilizînd figurile unități standard și nu a utilizat schema de înregistrare a datelor (tabel, diagramele sub formă de coloană etc.) pentru ca ei înșiși să „descopere“ regula.

Folosirea jumătăților de unități de măsură și fracțiilor unităților de măsură este de asemenea necesară pentru măsurarea ariilor, dar aceasta este desigur o sarcină ușoară pentru elevi. Mulți copii dintre cei studiați (pînă la 9 ani și cîțiva mai mari), cînd li se cere să măsoare arii care implică jumătăți de unități de măsură, ignoră jumătățile de unități ca fiind nerelevante sau chiar le numără ca și cum ar fi unități întregi. Trebuie realizate exerciții practice cu fracțiuni ale unităților de măsură, dar sugerăm limitarea la lucrul în primul stadiu cu jumătatea, a treia parte și sfertul.

Există un pericol ca elevilor să le devină familiar numai un singur mod de măsurare a ariei și cînd se prezintă o ușoară variație, de exemplu folosirea grilei transparente în locul figurilor unități, cunoașterea lor limitată despre arie să nu le dea posibilitatea să realizeze o metodă de măsurare. De aceea elevii trebuie să folosească o varietate de tehnici de măsurare. Deseori se recomandă introducerea unităților de măsură nestandard ca palma sau cărțile pentru a măsura de exemplu aria pupitrului. Acest sistem de măsurare timpurie prin natura lui este desigur aproximativ, dar deseori pledează pentru încurajarea elevilor

în căutarea unei unități mai precise. Relevarea acurateței și limitările aproximației nu se prea întâlnesc la copii și este clar că dacă elevii nu-și dau seama de importanța unei măsurări făcute cu grijă, dezvoltarea conceptului poate fi îngreuiată. De aceea exercițiile ce implică măsurări aproximative trebuie să fie controlate cu grijă de către profesor, deoarece elevii pot fi atât de preocupați în compararea ariilor pentru a ajunge la „rezultat” încât nu-și dau seama de limita sistemului lor de măsurare. În același mod, trebuie avute în minte limitările estimării. Exercițiile ce implică estimarea au o mică valoare dacă ele au în vedere raționamentul mai degrabă decât măsurările precise.

În cele din urmă trebuie să ne ocupăm de ariile figurilor neregulate. Mulți elevi (pînă la zece ani și mai mari) găsesc că este greu de înțeles că asemenea figuri pot avea aria măsurată în termeni de unități pătrate. Complexitatea măsurării din etapele parcurse, ca de exemplu suprafața unei frunze, folosind centimetri pătrați din hîrtie, numărînd și adunînd fracții ale pătratelor în pătrate întregi, deseori accentuează sarcina de aflare a numărului fără să se aprofundeze în mod necesar conceptul de arie al elevului. Deși astfel de exerciții au desigur un loc important în măsurarea ariei, alegerea figurilor neregulate trebuie considerată cu grijă de către profesor, astfel că o complexitate suplimentară să fie evitată.

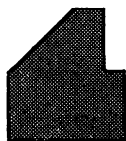
OBIECTIVE

- Să se favorizeze înțelegerea utilizării unităților de măsură.
- Să se introducă ideea de fracții a unităților de măsură și importanța unităților standard.
- Să se folosească sisteme variate de măsurători.

MATERIALUL IMPUS

Testul 12

Aveți nevoie de o figură verde; unități de măsură și jumătăți de unități de măsură albe



Așezați figura verde și unitățile albe pe masă.

„Aflați cîte dintre acestea (indicați unitățile) au aceeași
 { arie }
 { măsură a suprafeței } ca și figura verde.”

Dacă este necesar repetați întrebarea.

ÎNREGISTRAREA DATELOR

A acoperit figura verde cu unitățile sau realizează o figură identică din unități, numără în mod corect cele 11 unități. ✓

A acoperit figura verde cu unități, numără greșit, ia în considerație jumătățile de unități ca unități întregi sau ignoră jumătățile de unități. ×

A utilizat unitățile pentru a măsura lungimea sau lățimea figurii. ×

A plasat unitățile în jurul exteriorului figurii. ×

Nu a fost capabil să acopere în mod corect cu unități figura verde, nu a fost capabil să opereze, sau oricare alt răspuns. ×

Testul 13

Aveți nevoie de două figuri neregulate galbene; două grile din plastic

Plasați grila peste figuri aliniindu-le corect astfel ca aria lor să poată fi calculată.



„Doresc să afli care dintre aceste figuri are $\left\{ \begin{array}{l} \text{aria} \\ \text{suprafața} \end{array} \right\}$ mai mare“.

Dacă elevul începe să numere pătratele:

„Arată-mi-le în timp ce numeri și numără tare“

După ce elevul a terminat de numărat:

„Care figură are $\left\{ \begin{array}{l} \text{aria} \\ \text{suprafața} \end{array} \right\}$ mai mare?“

ÎNREGISTRAREA B

A numărat în mod corect pătratele întregi și jumătățile și găsește $12 \frac{1}{2}$ unități. ✓

A numărat pătratele întregi și jumătățile, dar răspunde incorect datorită numărării greșite. ?

A ignorat jumătățile de pătrat sau a numărat jumătățile de pătrat ca pătrate întregi. ×

A măsurat lungimea sau lățimea figurii folosind grila. ×

Oricare alt răspuns sau nu e capabil să opereze. ×

Testul 14

Aveți nevoie de un pătrat alb X; un dreptunghi alb Y; o riglă

Așezați cele două figuri una lângă alta pe masă.

Dați rigla elevului.

„Folositi rigla pentru a afla care figură are $\left\{ \begin{array}{l} \text{aria} \\ \text{suprafața} \end{array} \right\}$ mai mare“.

După ce elevul a terminat de măsurat

„Care figură are $\left\{ \begin{array}{l} \text{aria} \\ \text{suprafața} \end{array} \right\}$ mai mare?“

„Cum ați calculat?“

ÎNREGISTRARE

A aflat aria prin măsurarea lungimii $\times$ lățimii; pătratul = $\surd$
= 9 cm², dreptunghiul = 8 cm²

A aflat aria prin măsurarea lungimii și lățimii; răspunde ?
incorect datorită calculării greșite

A adunat lungimea cu lățimea, a măsurat perimetrul, a $\times$
măsurat o latură a figurii

Oricare alt răspuns sau nu e capabil să opereze $\times$
(v. testul 15)

INTERPRETARE

Etapele 12 și 13. Când li se prezintă aceste etape unii copii sînt capabili să utilizeze și să numere corect unitățile. Ei înțeleg ideea de jumătate de unitate (indiferent de figurile concrete) și utilizează repede materialul pentru a calcula aria totală. O parte dintre copii pot înțelege unitățile întregi și jumătățile, dar nu reușesc să ajungă la răspunsurile corecte deoarece nu sînt capabili să calculeze sistematic. Totuși majoritatea elevilor ignoră complet jumătățile de pătrat sau le numără ca pătrate întregi și cîteodată, ca o dificultate în plus nu reușesc să numere unitățile în mod logic. 15% dintre elevii de șapte ani și jumătate, 20% de opt ani, 46% dintre cei de opt ani și jumătate, 54% de nouă ani, 70% de zece ani și 80% de unsprezece ani reușesc să facă aceste măsurători.

Etapă 14. Această etapă implică măsurarea ariei cu ajutorul riglei. Studiul nostru arată că cei mai mulți dintre copii nu sînt capabili să utilizeze rigla pentru a calcula aria. Cîțiva cunosc o „tehnică” dar nu și-o reamintesc. Ei au măsurat dimensiunile, au adunat rezultatele, au măsurat perimetrele sau au efectuat măsurători care le dau două numere pe care le pot compara. Aceste acțiuni nu se bazează pe un concept despre arie, dar păreau să arate că elevii încearcă să-și reamintească o tehnică. Cîțiva elevi au încercat să utilizeze rigla ca un înlocuitor pentru unități și astfel utilizau lățimea riglei ca și lungimea marcată

pentru a calcula aria totală a figurii. Peste 15% dintre elevii de șapte ani și jumătate și opt ani nu au reușit să realizeze măsurarea, iar pentru cei de pînă la zece ani procentajul este de 80%. Este clar că o muncă detaliată care implică unități de arie de tipul celor din etapele 12 și 15 trebuie să preceadă orice metodă care utilizează rigla.

CÎTEVA SUGESTII PENTRU PROFESOR

Acest rezultat al profesorului încearcă să ajute copilul să descopere cîteva principii de bază în măsurători, care sînt fundamentale pentru dezvoltarea pe mai departe a conceptului. Deoarece atît de mulți copii manifestă o lipsă de înțelegere a tehnicilor de măsurare intuim că activitatea practică pe care o întâlnește elevul trebuie să progreseze cu pași mărunți. Acest tip de activitate este deseori pe deplin motivat, dar profesorul trebuie să fie conștient că activitatea și indicațiile nu implică în mod necesar învățare. Pentru acest motiv recomandăm ca fiecare parte a activității să încorporeze un sistem simplu de înregistrare a datelor și ca elevul să folosească această activitate pentru a răspunde la întrebări care sînt gradate cu grijă. Din nou discuția cu profesorul joacă un rol important. Raționamentele din răspunsurile date arată gradul de înțelegere al elevului și de asemenea încurajează folosirea precisă și liberă a termenilor adecvați.

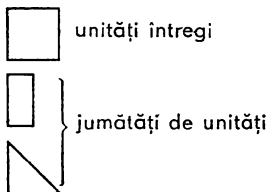
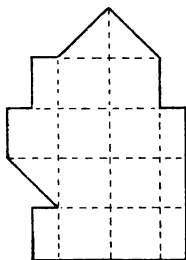
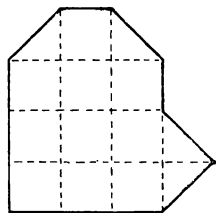
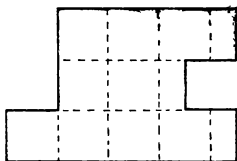
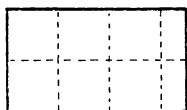
Datorită folosirii cu grijă a întrebărilor, elevii cîștigă la maximum din activitatea practică. Exercițiile sugerate sînt următoarele:

3 A

Exerciții care utilizează figurile unități întregi și jumătăți

Material: 12 unități albe de $2\text{ cm} \times 2\text{ cm}$ (din etapa 9)
șase jumătăți de unități de $2\text{ cm} \times 1\text{ cm}$ (din etapa 12)
șase jumătăți de unități triunghiulare (din etapa 12)

Următoarele figuri dau un contur consecinței măsurărilor. Ele pot fi tăiate din carton sau dale de pardoseală din vinilin (preferabil de diferite culori pentru o ușoară identificare). Se pot adăuga figuri suplimentare la această mulțime de bază pentru a efectua o practică suficientă. De notat că unitatea de bază pentru arie este pătratul de $2\text{ cm} \times 2\text{ cm}$. Sugerăm că alt material similar (care implică folosirea unităților întregi și jumătăți) poate fi realizat de către profesor. Acestea pot consta din patru pînă la șase figuri de măsurat și ariile lor trebuie să se bazeze pe alte figuri unități, de exemplu unitatea de $4\text{ cm} \times 2\text{ cm}$ (din etapa 18) și altele pe unitatea $3\text{ cm} \times 2\text{ cm}$. Nu este posibil să se stabilească de cîtă practică avem nevoie pentru înțelegere, deoarece ea variază de la elev la elev și unii copii au nevoie de exerciții suplimentare.



(Liniile punctate arată cum se pot plasa unitățile și nu trebuie trasate pe figuri.)

În scopul numărării copilul trebuie mai întâi să plaseze figura pe o foaie de hîrtie și să-i deseneze perimetrul. Lîngă fiecare figură desenată trebuie scrise propoziții de tipul „Această figură are aceeași măsură a suprafeței (arie) cu ... unități albe”; „Am acoperit această figură cu ... unități întregi și ... jumătăți de unități”. Pentru a completa aceasta, unitățile trebuie conturate pe hîrtie și se scriu în interior următoarele propoziții: „Aceasta este aria la care am folosit unități întregi”. „Aceasta este aria la care am folosit jumătăți de unități; este jumătate din aria formată din unități întregi”. Ultima propoziție este repetată sub fiecare tip de jumătate de unitate folosit.

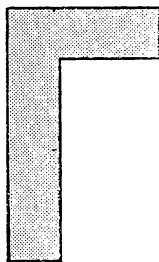
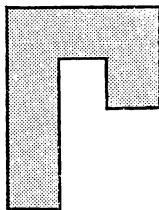
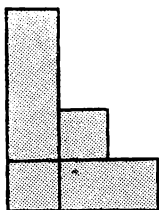
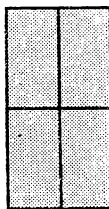
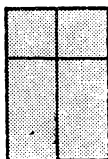
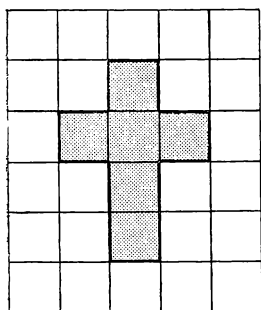
Ariile figurilor din diferite grupuri de figuri nu se compară la acest stadiu, deoarece singurul nostru obiectiv este înțelegerea clară a utilizării unităților întregi și jumătăți. Astfel de comparații implică un proces de gîndire, care este prea avansat la acest stadiu și vom refolosi mai tîrziu materialul pentru acest scop.

3 B

Exerciții care utilizează grila transparentă

Material: Două foi de grile transparente marcate în centimetri, fiecare tăiată în patru (de exemplu 25 cm $\times$ 25 cm) (din etapa 13)

Opt figuri ca acelea care urmează



Elevii întâmpină dificultăți în plasarea acestor grile peste figuri și ca urmare prima figură este fixată pe prima grilă. Următoarele două figuri au linii marcate pe fețele lor pentru a ghida elevii în plasarea grilei. Se poate vedea că ariile figurilor sînt din ce în ce mai complicate.

Copiii trebuie să urmărească o schemă de înregistrare a datelor similară cu cea din exercițiul precedent, dar ca o variație, profesorul poate pregăti o foaie de înregistrare pe care contururile figurilor sînt prezentate la o scară redusă, adică o reprezentare simbolică.

3C

Exerciții progresive care utilizează hîrtia liniată în pătrățele și grila transparentă

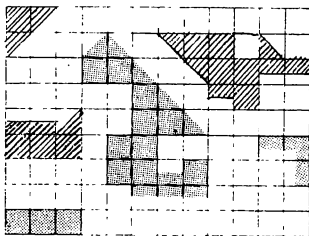
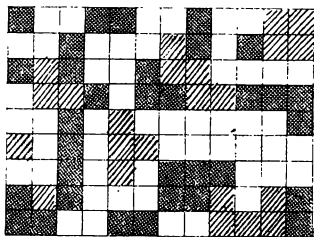
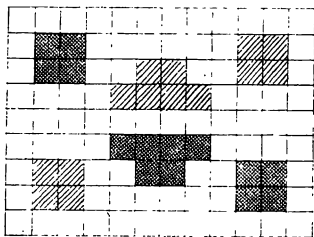
- (i) *Material:* Foi de hîrtie liniată în pătrățele cu latura de 1 cm
Creioane sau carioca de două culori

Pe hîrtia liniată sînt desenate de către profesor un număr de modele sau figuri, folosind două culori pentru a colora ariile suprafețelor sub formă de mozaic așa cum se vede în desenele de mai jos.

De notat că jumătățile de triunghiuri și dreptunghiuri sînt colorate ca atare. În plus pentru a face răspunsul la întrebări mai complicat, acest exercițiu cere un sistem logic de numărare și acesta ar trebui să fie unul dintre obiectivele predării.

Se poate desena un număr de astfel de modele sub formă de mozaic de mai mare complexitate. Întrebările pot fi de tipul:

„Găsește rîndul care are cea mai mare arie colorată în roșu.



exemple de desene în mozaic

Cîte unități de arie roșii sînt ?

„Găsește cîte figuri triunghiulare albastre sînt ?

„Cîte unități de arie acoperă toate triunghiurile albastre la un loc ?

„Găsește cîte jumătăți de unități de arie roșii sînt“.

(Se colorează în roșu de către profesor diferite tipuri de figuri de jumătate de centimetru pătrat.)

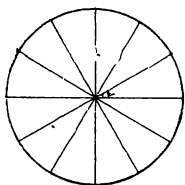
„Cîte unități de arie sînt colorate în roșu ?

„Figurile roșii acoperă mai multe unități de arie decît figurile albastre ?

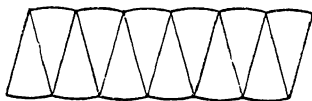
O a treia culoare se adaugă la complexitatea analizei și se pot include la acest punct și întrebări implicînd adunări și scăderi de arii.

(ii) Revenind la primul exercițiu care utilizează figurile unități întregi și jumătăți, o discuție asupra diferitelor unități folosite poate introduce ideea de unitate standard. Referitor la grila și hîrtia liniată în pătrățele cu latura de 1 cm se va stabili prin convenție centimetrul pătrat ca unitate standard. Sînt acum posibile exerciții ce implică măsurări de arie a figurilor neregulate și elevii pot folosi acum grila, pentru a obține ariile aproximative ale figurilor neregulate însumînd centimetrii pătrați întregi și fracționari care le acoperă.

Deoarece copiii înțeleg cu dificultate că aria figurilor circulare poate fi măsurată cu ajutorul centimetrilor pătrați se poate realiza la acest stadiu următorul exercițiu. Sînt desenate diametre pe o figură circulară cu un diametru de aprox. 10 cm și figura se taie de-a lungul acestor linii (A). Apoi piesele sînt aranjate ca în figura (B).



A



B

Se folosește grila pentru a măsura aria. Nu se introduce la acest stadiu relația dintre rază și circumferință.

3 D

Exerciții care conduc la utilizarea riglei pentru simpla măsurare a ariei

După cum am menționat mai înainte, pentru mulți elevi pasul de trecere de la folosirea grilei sau figurilor unități la folosirea riglei pentru măsurarea ariei este dificil. Pentru „descoperirea” relației dintre măsurarea liniară și arie, elevul trebuie să efectueze o serie de exerciții gradate cu grijă. Proiectarea unei astfel de activități nu este o sarcină ușoară și există pericolul elaborării unui număr mare de instrucțiuni și reguli. Sugerăm următorul model ca o succesiune în predare.

Material: Dreptunghiuri: $5\text{ cm} \times 1\text{ cm}$ (alb); $5\text{ cm} \times 2\text{ cm}$ (roșu); $5\text{ cm} \times 3\text{ cm}$ (albastru); $5\text{ cm} \times 4\text{ cm}$ (galben); $5\text{ cm} \times 5\text{ cm}$ (verde).

(Toate aceste figuri au trasată pe ele o linie paralelă cu latura cea mai lungă la distanța de 1 cm.)

O bandă transparentă ($5\text{ cm} \times 1\text{ cm}$) tăiată din grila centimetrică.

În timpul exercițiului se mai adaugă:

Grila transparentă (aprox. $25\text{ cm} \times 25\text{ cm}$)

Rigla, o panglică (eventual una folosită la mașina de scris) pe care sînt colorați centimetri în mod alternativ, fără alte semne.

Figuri colorate, fără semne, $5\text{ cm} \times 3\text{ cm}$, $5\text{ cm} \times 4\text{ cm}$, $6\text{ cm} \times 3\text{ cm}$, $6\text{ cm} \times 4\text{ cm}$, $4\text{ cm} \times 4\text{ cm}$.

În această etapă elevii încep cu metodele familiare de măsurare a ariei și se introduce termenul „rînd”. Apoi li se cere să repete citirea folosind rigla pentru a-i încuraja să substituie grila transparentă cu rigla. În timpul exercițiului este dezvoltată cu încetul ideea că aria unui dreptunghi = lungimea $\times$ lățimea. Se poate ca elevii mai slabi să ceară mai multe exerciții la acest stadiu și se pot adăuga figuri suplimentare.

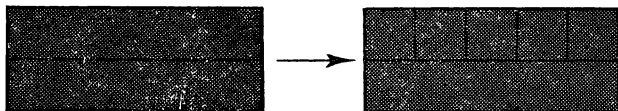
„*La dreptunghiul alb și află-i aria folosind fișia transparentă.*”

„*Aria este ... unități centimetri pătrați.*”

„Latura mai lungă măsoară cm.“

„Latura mai scurtă măsoară ... cm.“

„Ia dreptunghiul roșu și plasează banda transparentă pe rîndul de deasupra așa cum se vede.“



„Aria rîndului de deasupra marcat pe figură este de ... cm pătrați“.

„Cîte astfel de rînduri sînt necesare pentru a acoperi dreptunghiul roșu?“

„Sînt ... unități centimetri pătrați pe rîndul de sus“.

„Sînt ... rînduri, deci aria dreptunghiului roșu este ... unități centimetri pătrați“.

Un procedeu similar este apoi urmat pentru a găsi aria dreptunghiului albastru de 5 cm $\times$ 3 cm, dar acum se introduce rigla.

„Folosește rigla pentru a afla cîte unități centimetri pătrați sînt pe rîndul de sus“.

„Folosește rigla pentru a afla cîte rînduri sînt necesare pentru a acoperi dreptunghiul albastru“.

„Sînt ... unități centimetri pătrați pe rîndul de sus“.

„Sînt ... rînduri, deci aria dreptunghiului albastru este ... unități centimetri pătrați“.

„Verifică răspunsul folosind banda transparentă“.

Se folosește exact același procedeu pentru a afla aria altor figuri marcate.

Apoi i se prezintă elevului un al doilea grup de figuri nemarcate.

„Îmaginează-ți că fiecare figură este acoperită de o grilă cu unități centimetri pătrați. Folosește rigla pentru a afla cîte unități centimetri pătrați sînt pe rîndul de sus“.

Procedeul de a pune întrebări urmează exact pe cel de mai sus. În final, i se cere elevului să folosească grila mare transparentă pentru a verifica răspunsurile pe care le-a dat.

De notat că înmulțirea ca o simplă operație cu numere nu apare direct în acest procedeu; ne concentrăm mai degrabă asupra aspectului logic decît asupra metodei. Căutăm să dezvoltăm ideea că măsurarea lungimilor și lățimilor poate fi folosită pentru aflarea într-un mod rapid a numărului de unități pătrate cerute pentru acoperirea unui dreptunghi.

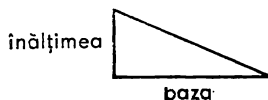
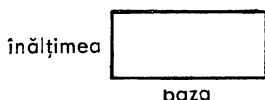
Deseori este luată în considerare la acest nivel aria unui triunghi, dar trebuie accentuat că o astfel de activitate trebuie să se bazeze pe măsurări anterioare. Unii elevi inteligenți pot încerca să măsoare ariile triunghiurilor dreptunghice. Totuși măsurarea ariei triunghiurilor care nu sînt dreptunghice cere folosirea înălțimilor „verticale” și o logică

mai avansată pentru a înțelege principiul „*jumătatea bazei* $\times$ *înălțimea*”. Sugerăm ca astfel de activitate să nu fie inclusă la acest stadiu.

O succesiune posibilă în activitatea practică este:

Elevului i se cere să afle aria (folosind rigla și baza $\times$ înălțimea) unui dreptunghi. Dreptunghiul este apoi tăiat în jumătate și elevul măsoară aria unuia dintre triunghiurile dreptunghice rezultate folosind grila transparentă. Cu ajutorul unui sistem de înregistrare a datelor și activității ulterioare elevul este încurajat să descopere că triunghiurile obținute în acest mod au întotdeauna o arie egală cu jumătate din dreptunghiul original, adică:

$$\begin{aligned} \text{aria triunghiului rezultat} &= \frac{1}{2} \text{ baza} \times \text{înălțimea dreptunghiului} \\ &\text{original} \\ &= \frac{1}{2} \text{ baza} \times \text{înălțimea dreptunghiului} \end{aligned}$$



0 NOTĂ ASUPRA ARIEI ȘI PERIMETRULUI

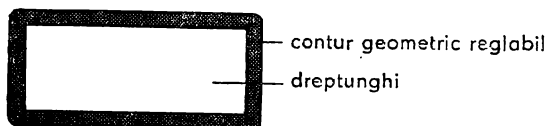
MATERIALUL IMPUS

Testul 15

Aveți nevoie de un dreptunghi roșu; o figură roșie sub formă de paralelogram; contururi reglabile de figuri geometrice de culoare roșie

Plasați conturul geometric peste dreptunghiul roșu în așa fel încât să se suprapună exact.

„Această figură (indicați conturul geometric) coincide prin suprapunere cu dreptunghiul roșu”.



„Privește cu atenție”.

Îndepărtați conturul geometric de pe dreptunghi, alungiți-l și plasați-l peste figura paralelogram astfel ca să coincidă.



„Figura (indicați conturul geometric) coincide de asemenea prin suprapunere și cu această figură roșie“.

Așezați alături conturul reglabil. Plasați dreptunghiul și paralelogramul unul lângă celălalt.



Testul 15 A

Are acest dreptunghi aceeași $\left\{ \begin{array}{l} \text{arie} \\ \text{măsură a suprafeței} \end{array} \right\}$ cu acea figură

(indicați paralelogramul) sau are o $\left\{ \begin{array}{l} \text{arie} \\ \text{măsură a suprafeței} \end{array} \right\}$ diferită?

Dacă elevul răspunde „diferită“

„Care are $\left\{ \begin{array}{l} \text{arie} \\ \text{suprafața} \end{array} \right\}$ mai mare?“

„De ce afirmi aceasta?“

Dacă elevul răspunde „aceeași“

De ce afirmi aceasta?“

Dacă elevul răspunde „aceeași deoarece ambele măsoară același contur exterior“ încheiați etapa.

Se poate proceda și altfel.

Testul 15 B

„Măsoară dreptunghiul același contur exterior ca și acea figură (indicați paralelogramul) sau nu?“

Dacă elevul răspunde afirmativ:

„De ce afirmi aceasta?“

Dacă elevul răspunde negativ:

„Care figură are conturul exterior mai mare?“

„De ce afirmi aceasta?“

- 15A Dreptunghiul are suprafața mai mare deoarece pare mai „mare” ✓
 O figură are suprafața mai mare deoarece este mai lungă, ×
 mai lată etc.
- Ambele figuri au aceeași suprafață deoarece au fost aceleași ×
 la început, nimic nu s-a scos sau adăugat, ele măsoară
 același contur exterior sau o figură este mai lungă iar alta
 mai lată
- Oricare alt răspuns la întîmplare ×
- 15B Ambele figuri măsoară același contur exterior; s-a modificat ✓
 numai figura, nimic nu s-a scos sau adăugat
- O figură măsoară un contur exterior mai mare deoarece ×
 este mai lungă, mai lată etc.
- Etapă încheiată după 15A, oricare alt răspuns, fără temei, ×
 la întîmplare (v. testul 16)

Pe măsură ce un copil își dezvoltă conceptul de arie pare clar că el întotdeauna își dă seama că odată ce o figură este despărțită în bucăți și toate piesele reasamblate, aria totală rămîne întotdeauna aceeași, deși o singură dimensiune poate să fie mult mărită. Această idee de conservare este considerată ca un pas important în puterea de raționare a elevului. Piaget accentuează acest factor și descrie multe situații practice pentru a-l ilustra. Totuși, nu ne putem baza în întregime pe o aplicare generală a acestui argument. De exemplu: o figură poate fi astfel modificată încît, deși perimetrul rămîne același, aria sa se schimbă. Un exemplu de acest fel este arătat în procedeul impus descris mai sus.

O persoană întrebată despre aria a doua figuri trebuie să se decidă dacă să se bazeze pe percepție și să conchidă dacă aria s-a modificat sau să se bazeze pe principiul de conservare folosind un argument logic de tipul: „Perimetrul total este încă același, așa că aria trebuie să fie aceeași” sau mai concludent: „Nimic nu s-a adăugat sau scos așa că aria trebuie să fie aceeași”. Cu alte cuvinte ideea de conservare nu poate fi aplicată întotdeauna.

În studiul nostru am încercat să proiectăm activități practice care au ca scop dezvoltarea numai a noțiunii de conservare a ariei și trebuie avut grijă, dacă se introduce în același timp și măsurarea perimetrului. Considerăm că activitatea legată de perimetre, deși este importantă, trebuie să fie separată de șirul de activități descrise pînă acum, deoarece nu coincide direct cu rezultatul final de a înțelege că aria dreptunghiurilor și pătratelor = lungimea $\times$ lățimea. Poate pentru copil momentul cel mai bun de a lucra cu perimetrele este după realizarea acestui rezultat. Deceori elevii consideră că măsurarea perimetrelor este măsurarea efectivă a ariei și această concepție greșită este probabil cauzată de faptul că ei nu și-au dat seama că măsurînd lungimea și lățimea cu ajutorul

riglei și apoi înmulțindu-le obțin numărul de unități pătrate ale ariei, în timp ce măsurînd lungimea și lățimea și adunîndu-le obțin o altă lungime.

CÎTEVA SUGESTII PENTRU ACTIVITATEA ULTERIOARĂ ÎN CLASĂ ȘI ÎN AFARA EI

(a) Aria (clasei, coridoarelor etc.) folosind metrul tîmplarului și rigla.

(b) Planul clasei folosind grila, marcînd totodată ariile băncilor și mesei. (Aici trebuie introdusă ideea de „scară de proporție” și trebuie făcută referință la *Planul clasei*.)

(c) „Suprafețe” de măsuri convenționale (de exemplu metri) trasate cu cretă pe terenul școlii constituie pași însemnați pentru munca din clasă cu măsurători de arie la scară mai mare. La acest punct se pot utiliza rulete simple și roata. (Aceasta implică o activitate prealabilă cu măsurări de circumferințe.) Pentru a introduce probleme variate care se referă la cîmpuri ce trebuie arate, pășuni pentru oi etc. se poate utiliza jocul de-a „ferma”.

(d) Se poate calcula aria totală a tuturor etajelor unui bloc modern cu multe etaje și se poate compara cu aria unui singur etaj a cărei podea trebuie acoperită.

(e) Măsurări de arie folosind tapet, dale pentru pardosea etc.

(f) Care sînt ariile unui teren de fotbal, de tenis, de bowling?

4 UTILIZAREA ELEMENTELOR DE LOGICĂ ȘI REZOLVAREA DE PROBLEME LEGATE DE ARIE

În teoria sa despre dezvoltarea copilului, Piaget pune în discuție două tipuri de operații mintale. El le numește operații concrete și formale. Ele descriu în esență două căi diferite de abordare a unei probleme.

OPERAȚII CONCRETE

Un elev care folosește acest procedeu pentru a rezolva o problemă o face întotdeauna într-un mod direct practic. El poate aborda prin acțiune sau cuvinte ceva elemente de logică, dar concluziile lui sînt întotdeauna legate de acțiunea imediată pe care o desfășoară. El nu este capabil să utilizeze un argument care se bazează pe raționamente de tipul „Dacă A este legat de B și B de C, atunci trebuie să urmeze că ...”. Mai mult, el nu poate mai departe să întrevadă extinderea rezultatelor obținute. Cînd abordează o problemă nu se gîndește în primul rînd la soluțiile posibile și la evaluarea avantajelor și apoi la acțiune.

În schimb se gîndește la o singură soluție și acționează numai pe baza ei. Dacă această soluție nu este satisfăcătoare se poate gîndi la o altă singură posibilitate și acționează conform cu ea și așa mai departe. El nu folosește argumente de tipul „Dacă există o legătură între A și B are loc următoarea posibilitate“. El este numai capabil să facă legătura imediată între A și B și să formuleze o concluzie limitată la observația acestei acțiuni. El este preocupat mai degrabă de succesiunea acțiunilor dispersate, decît de analiza tuturor posibilităților. Deoarece copilul capătă experiență în rezolvarea problemelor el se familiarizează cu interpretarea descoperirilor sale și încetul cu încetul își dezvoltă modalități de gîndire mai complexe. Această posibilitate mai avansată de a raționa este desemnată de nivelul „operațiilor formale“.

OPERAȚII FORMALE

Acest mod de a gîndi face uz de gradul de imaginație și reprezintă o creștere naturală față de procedeele de gîndire directe și limitate descrise mai sus. Copilul este capabil să-și imagineze diferite metode posibile de rezolvare a unei probleme, el analizează rezultatele probabile ale fiecăreia dintre aceste metode și aceasta îi dă posibilitatea să se decidă asupra aceleia care îl duce la rezultatul corect. Cînd se aplică această cale logică de gîndire orice acțiune este legată de procedeele de gîndire. Fiecare acțiune este importantă, necesară, încercată la împlinire, iar eroarea este evitată. Mai departe, procesele de gîndire, de analiză și deducție și abilitatea de a înmagazina o cantitate de date, caracterizează o persoană care a ajuns la un anumit stadiu intelectual. Nu numai că înmagazinează o serie de biți* dar este capabil să deducă și să tragă concluzii prin combinarea logică a acestor biți, adică este capabil de interpretarea mintală a semnificației observațiilor făcute fără a recurge la activitatea practică. De exemplu, dacă o acțiune a prezentat că proprietatea A este mai mare decît proprietatea B și B este mai mare decît C, atunci se deduce că A trebuie să fie mai mare decît C, fără a desfășura o acțiune pentru a verifica dacă este așa. Este o necesitate logică ceea ce urmează din doi biți de informație: A este mai mare decît B și B este mai mare decît C. Astfel de procese de gîndire dau posibilitatea unei persoane să formuleze ipoteze — ea examinează posibilitățile și ajunge la concluzii care au o validitate generală — să deducă. Pe măsură ce se maturizează și cîștigă experiență, persoana este capabilă de procedee considerabile de gîndire abstractă, care se bazează din ce în ce mai puțin pe acțiunea directă, și mai mult pe argumente de tipul „Dacă se realizează acțiunea A, atunci are loc B și aceasta va afecta C, așa că va rezulta ...“. Acțiunea este cerută numai pentru confirmarea ipotezelor sau deducerilor, dar nu este folosită ca bază unică pentru o concluzie.

* bit = Cantitatea de informație ce poate fi înregistrată într-o celulă binară (binary digit = cifră binară).

Este clar că multe persoane nu dobîndesc la un înalt grad această abilitate pentru gîndirea „abstractă” și mulți dintre noi nu rezolvă toate problemele prin aflarea logică a tuturor posibilităților. Noi toți ne bazăm pe cîteva extinderi a operațiilor concrete sau acțiunilor directe. Este important de reamintit că se admite că progresele elevului au nevoie de mai puțină muncă de natură concretă și că „exercițiile” trebuie să se concentreze pe procesele abstracte de gîndire și pe utilizarea simbolurilor. Orice situație de învățare la acest stadiu trebuie să includă activități legate atît de operațiile concrete, cît și de cele logice și profesorul trebuie să decidă asupra căreia să accentueze la un moment dat.

Un copil a cărui gîndire este la stadiul operațional concret trebuie să folosească aparatul pentru a ajunge la concluzii, pe cînd un copil la stadiul operațional formal poate folosi aparatul pentru a verifica concluziile pe care deja le-a format în mintea sa. Totuși un copil la un stadiu mai avansat de operații formale nu are nevoie să-și verifice concluziile, deoarece este sigur că deducțiile lui prevăd o soluție corectă.

Profesorul bazîndu-se numai pe observații nu poate fi sigur la ce stadiu a ajuns copilul. El trebuie să vorbească cu copilul pentru a afla aceasta.

Accentuăm mai departe că în cadrul fiecărui grup de copii de aceeași vîrstă va exista o mare diferență de nivele conceptuale, ale abilității de a gîndi și aceasta relevă planificarea unei activități adecvate. Pentru acest motiv păstrarea înregistrărilor progreselor elevilor și planificarea predării pe etape este de primă importanță.

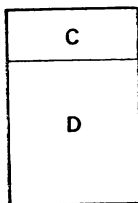
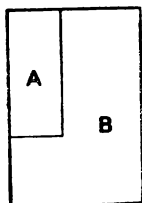
OBIECTIVE

- (a) Înțelegerea mai profundă a fracțiunilor de arie.
- (b) Prezentarea de probleme despre arii care, utilizînd mai degrabă logica decît încercarea și eroarea, încurajează copilul să ajungă la concluzii.
- (c) Încurajarea copilului pentru a formula ipoteze și a îmbunătăți metode logice de rezolvare a problemelor.

MATERIAL IMPUS

Testul 16

Aveți nevoie de două dreptunghiuri fiecare format din două figuri geometrice



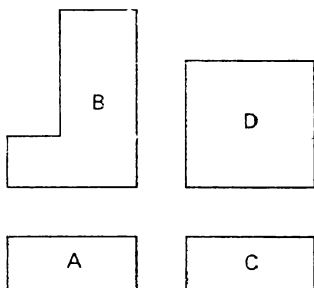
Asamblați dreptunghiurile pe masă în fața elevului.

„Are acest dreptunghi (indicați) aceeași $\left\{ \begin{array}{l} \text{arie} \\ \text{măsură a suprafeței} \end{array} \right\}$ cu
 acel dreptunghi sau are o $\left\{ \begin{array}{l} \text{arie} \\ \text{măsură a suprafeței} \end{array} \right\}$ diferită?”

Dacă elevul răspunde „diferită”, egalăți dreptunghiurile plasând A și B peste C și D și repetați întrebarea. Replasați figurile ca mai sus. Se poate proceda și altfel.

„Priviți cu atenție”.

Plasați dreptunghiurile A și C aproape unul de altul pe masă sub figurile B și D.



„Are acest dreptunghi (indicați A) aceeași $\left\{ \begin{array}{l} \text{arie} \\ \text{măsură a suprafeței} \end{array} \right\}$
 ca acel dreptunghi (indicați C) sau are o $\left\{ \begin{array}{l} \text{arie} \\ \text{măsură a suprafeței} \end{array} \right\}$
 diferită?”

Dacă elevul răspunde „diferită”, plasați A peste C și repetați întrebarea. Replasați A și C ca mai sus.

Altfel procedat.

„Are această figură (indicați B) aceeași $\left\{ \begin{array}{l} \text{arie} \\ \text{măsură a suprafeței} \end{array} \right\}$
 cu acea figură (indicați D) sau are $\left\{ \begin{array}{l} \text{aria} \\ \text{măsură suprafeței} \end{array} \right\}$ diferită?”

Dacă elevul răspunde „aceeași”

„De ce afirmi aceasta?”

Dacă elevul răspunde „diferită”

„Care are $\left\{ \begin{array}{l} \text{aria} \\ \text{suprafața} \end{array} \right\}$ mai mare?”

„De ce afirmi aceasta?”

ÎNREGISTRARE

Figura $B =$ pătratul D deoarece aceeași suprafață a fost ✓
scosă din fiecare dreptunghi mare

Figura $B =$ pătratul D deoarece unul este mai lung dar celălalt ?
este mai lat

O figură are suprafața mai mare deoarece este mai lungă, ×
lată sau are mai multe vîrfuri etc.

Oricare alt răspuns, fără temei, la întîmplare sau fără răspuns. ×

Testul 17

Aveți nevoie de un pătrat albastru; șase pătrate mici roșii; șase
pătrate mici galbene

Plasați pătratul albastru și cele șase pătrate roșii pe masă.

Elevului i se permite să manipuleze figurile.

„Află cîte pătrate roșii trebuie pentru a acoperi aceeași
{ arie } ca pătratul albastru“.
{ măsură a suprafeței }

Îndepărtați cinci pătrate roșii. Plasați șase pătrate galbene pe masă
lîngă pătratele albastru și roșu rămase.

„Cîte pătrate galbene trebuie pentru a acoperi aceeași
{ arie } ca pătratul roșu?“
{ măsură a suprafeței }

Îndepărtați cinci pătrate galbene, lăsînd unul albastru, unul roșu
și unul galben pe masă.

„Acum, fără a atinge vreun pătrat, cîte pătrate vor fi necesare să acopere
aceeași { arie } ca cel albastru?“
{ măsură a suprafeței }

Dacă elevul stabilește un număr de pătrate:

„Cum ai rezolvat?“

ÎNREGISTRARE

4 roșii = 1 albastru; 4 galbene = 1 roșu; $4 \times 4 = 16$ gal- ✓
bene = 1 albastru

Raționamentul corect dar a calculat greșit 4×4 ?

Poate desena 16 sau oricare număr de pătrate galbene care ×
coincid prin suprapunere cu cel albastru

Aduna $4 + 4$ în loc de înmulțire ×

Oricare alt răspuns fără temei, la întîmplare sau fără răspuns ×

Testul 18

Aveți nevoie de un pătrat albastru; un dreptunghi verde; o figură unitate galbenă

„Folosește acestea (indicați unitățile) pentru a afla câte dreptunghiuri verzi au aceeași $\left\{ \begin{array}{l} \text{arie} \\ \text{măsură a suprafeței} \end{array} \right\}$ ca pătratul albastru. Nu trebuie să așezi dreptunghiul verde peste pătratul albastru.“

Dacă este necesar repetați întrebarea.

Cînd elevul a terminat experimentarea:

„Cîte dreptunghiuri verzi au aceeași $\left\{ \begin{array}{l} \text{arie} \\ \text{măsură a suprafeței} \end{array} \right\}$ cu pătratul albastru?“

„Cum ai rezolvat?“

ÎNREGISTRARE

A plasat 6 unități pe dreptunghiul verde, 18 pe pătratul albastru. $\therefore 3 \text{ verzi} = 1 \text{ albastru}$ ✓

A plasat unitățile pe ambele figuri, pătratul albastru = 2 dreptunghiuri verzi + 1 piesă lăsată la o parte ×

Poate desena 3 verzi = 1 albastru ×

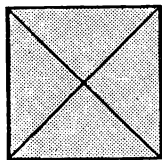
A plasat unitățile pe ambele figuri dar nu a fost capabil să calculeze 3 verzi = 1 albastru ×

A plasat unitățile numai pe o figură sau a împrejmuit perimetrul figurilor. ×

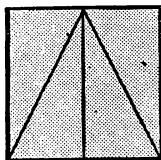
Oricare alt răspuns sau nu este capabil să opereze ×

Testul 19

Aveți nevoie de opt triunghiuri galbene



A



B

Asamblați triunghiurile sub forma a două pătrate A și B.

„Are acest pătrat (indicați A) aceeași $\left\{ \begin{array}{l} \text{arie} \\ \text{măsură a suprafeței} \end{array} \right\}$ cu pătratul acela (indicați B) sau are $\left\{ \begin{array}{l} \text{aria} \\ \text{măsură suprafeței} \end{array} \right\}$ diferită?“

Dacă elevul răspunde „*diferită*” demonstrați egalitatea ariilor prin coincidere prin suprapunerea lui A peste B și repetați întrebarea.

Altfel procedați

Desfaceți A ca mai sus.



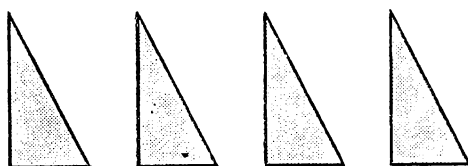
„Au toate aceste patru figuri aceeași $\left\{ \begin{array}{l} \text{arie} \\ \text{măsură a suprafeței} \end{array} \right\}$ sau au $\left\{ \begin{array}{l} \text{arii} \\ \text{măsurări ale suprafețelor} \end{array} \right\}$ diferite?”

Dacă elevul răspunde „*diferite*” suprapuneți triunghiurile unul peste celălalt și repetați întrebarea.

Altfel procedați.

Îndepărtați trei triunghiuri din pătratul A.

Desfaceți pătratul B.

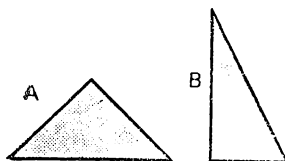


„Au toate aceste figuri aceeași $\left\{ \begin{array}{l} \text{arie} \\ \text{măsură a suprafeței} \end{array} \right\}$ sau au $\left\{ \begin{array}{l} \text{arii} \\ \text{măsurări ale suprafețelor} \end{array} \right\}$ diferite?”

Dacă elevul răspunde „*diferite*”, suprapuneți triunghiurile unul peste celălalt și repetați întrebarea.

Altfel procedați.

Scoateți trei triunghiuri din pătratul B. Plasați în fața elevului triunghiurile care au rămas aproape unul de altul.



„Arc această figură (indicați triunghiul din pătratul A) aceeași
 $\left\{ \begin{array}{l} \text{arie} \\ \text{măsură a suprafeței} \end{array} \right\}$ ca acea figură (indicați triunghiul din pătra-
 tul B) sau are o $\left\{ \begin{array}{l} \text{arie} \\ \text{măsură a suprafeței} \end{array} \right\}$ diferită?”

Dacă elevul răspunde „aceeași”

„De ce afirmi aceasta?”

Dacă elevul răspunde „diferită”

„Care figură are $\left\{ \begin{array}{l} \text{aria} \\ \text{suprafața} \end{array} \right\}$ mai mare?”

„De ce afirmi aceasta?”

ÎNREGISTRARE

Ambele triunghiuri au aceeași măsură a suprafeței deoarece $\checkmark$
 provin din pătrate care au aceeași arie și care a fost împărțită
 în 4 părți egale

Ambele triunghiuri au aceeași măsură a suprafeței deoarece ?
 provin din pătrate care au fost împărțite în 4 părți

Ambele triunghiuri au aceeași măsură a suprafeței deoarece $\times$
 unul este mai lung, dar altul este mai lat

Un triunghi are suprafața mai mare deoarece este mai lung, $\times$
 mai lat sau pare mai mare

Oricare alt răspuns, fără temeii, la întîmplare sau fără răspuns $\times$

INTERPRETARE

Etața 16. În prima parte elevul vede și este de acord că două dreptunghiuri au aceeași arie $(A + B) = (C + D)$ și de asemenea că partea A are aceeași arie cu partea C . Cînd se pune întrebarea despre similaritatea ariilor B și D elevul trebuie să aleagă între două argumente posibile. Prima se referă numai la aparențe și elevul poate alege aria B ca fiind mai mare decît aria D pe baza că „ B este mai lung decît D ” sau viceversa deoarece „ D este mai lat decît B ”. Al doilea argument ignoră aparențele și se bazează în întregime pe ideea logică: deoarece aria $A + B = \text{aria } C + D$ și deoarece aria $A = \text{aria } C$, atunci urmează că aria $B = \text{aria } D$. Trebuie notat că pentru a minimaliza factorul de memorizare toate piesele sînt prezentate elevului cînd i se pune întrebarea finală. Acest tip de gîndire logică în cazul în care două informații pot fi legate mintal pentru a produce o altă informație este prezentat numai unei persoane cu un grad înalt de conceptualizare. 28% dintre

elevii de șapte ani și jumătate, 33% dintre cei de opt ani, 55% dintre cei de opt ani și jumătate și 65% dintre cei de zece ani au răspuns corect la această etapă. Dintre cei care nu au reușit să utilizeze logica 46% de șapte ani și jumătate, 37% de opt ani, 28% de nouă ani și 16% de zece ani au ales o figură sau alta bazându-se numai pe aparență.

Etapă 17. Această etapă cere din nou elevului să facă legătura între două informații pentru a da un răspuns bazat pe deducție. Trebuie notat că această etapă nu se bazează pe învățarea pe de rost a tablei înmulțirii 4×4 , pentru a da un răspuns corect; încurajează elevul să gândească în termenii „fiecare din cele patru arii roșii fiind egală cu patru arii galbene, aria totală va trebui să fie deci egală cu $4+4+4+4$ arii galbene”. Mulți copii nu încearcă să lege împreună cele două informații și vor încerca să răspundă la întrebare imaginând operația directă de numărare: cîte pătrate galbene vor acoperi pătratul roșu. Operația ce implică pătratele roșii nu are importanță pentru ei. 20% dintre elevii de șapte ani și jumătate, 33% dintre cei de opt ani, 55% dintre cei de opt ani și jumătate, 60% dintre cei de nouă ani și 70% dintre cei de zece ani au răspuns corect la această etapă.

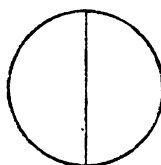
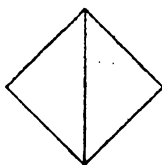
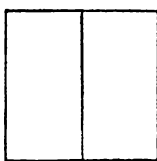
Etapă 18. Aceasta este aproape inversul etapei 12 și unitățile galbene sînt utilizate ca prezențe intermediare pentru a face legătura dintre aria dreptunghiului verde cu cea a pătratului albastru. Din nou elevii care nu utilizează logica încearcă să răspundă la problemă prin vizualizarea mintală cum pot să facă să coincidă dreptunghiurile verzi cu pătratul albastru — o operație directă și nu legătura mintală a două informații. Din nou performanțele obținute în studiul nostru egalează îndeaproape pe cele din cele două etape precedente.

Etapă 19. Încă odată soluția întrebării finale cere cunoștința că A întreg are arie egală cu B întreg și că ambele sînt tăiate în 4 părți egale, deci că fiecare parte este egală. Aici din nou elevul care nu a ajuns la un anumit grad de abilitate mintală, ce implică căi logice alege faptele aparente ca o măsură a egalității și deseori obișnuiește să dea răspunsuri de tipul „Acesta are aria mai mare deoarece este mai lung decît acela. Pare mai mare”. 86% dintre copiii de șapte ani și jumătate, 62% dintre cei de opt ani și jumătate, 48% dintre cei de nouă ani și jumătate, 30% dintre cei de zece ani și jumătate nu au reușit la această etapă. Dintre aceștia respectiv 44%, 31%, 19% și 12% au selectat o figură ca avînd o arie mai mare datorită aparenței sale.

Credem că noțiunea de fracție nu este ușoară pentru majoritatea elevilor noștri deoarece ea cere asimilarea a două sau trei informații. De exemplu, trei sferturi dintr-un întreg implică (a) întregul tăiat în patru părți, (b) fiecare parte este egală în arie și (c) în fracție sînt date trei dintre aceste părți. Noi plasăm mai tîrziu fracțiile în secvențele noastre de predare datorită faptului că elevul trebuie să țină minte toate aceste aspecte și să facă în mintea sa legătura între ele.

CÎTEVA SUGESTII PENTRU PROFESOR

Se pare că elevii ajung la noțiunea de jumătate și sfert mai devreme cînd taie o prăjitură, un măr etc. și vor avea utilizate aceste idei simple cînd mînuiesc jumătățile de unități de arie, la începutul predării noastre. Acest concept de fracțiuni de arie se bazează pe aria întreagă tăiată simetric și pe părțile care sînt similare ca figuri, adică la noțiunea de jumătăți folosesc figuri de tipul

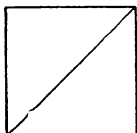


etc. Conceptul de simetrie este un bun punct de pornire în munca de această natură. Din nefericire similaritatea unor figuri nu este o necesitate pentru fracțiunile de arie și dacă o astfel de similaritate sau simetrie este prea mult accentuată duce la o concepție greșită. De aceea afirmăm că un astfel de punct de pornire este necesar să fie urmat la o dată ulterioară a predării pe etape, cînd se încearcă să încurajeze elevul să ia în considerație două sau mai multe caracteristici și proprietăți ale fracțiilor și să facă legătura între ele în mintea lui pentru a forma generalizări cunoscute.

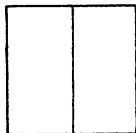
4A

Aprofundarea înțelegerii fracțiunilor de arie

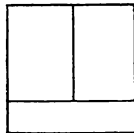
(i)



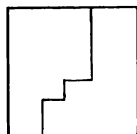
A



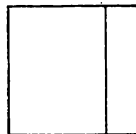
B



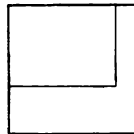
C



D



E



F

Cele șase figuri sînt desenate pe o foaie de hîrtie și fiecare este colorată într-o anumită culoare. A, B și D au linii trasate pe ele care împart ariile lor în două jumătăți egale, C este împărțită în trei părți și E și F

sînt fiecare împărțite în două arii inegale. Dimensiunile sînt alese astfel încît să permită elevului să folosească grila sau figurile unități pentru a calcula aria părților. Pentru a evita egalitatea directă, figurile nu sînt tăiate din carton sau dale de vinilin pentru pardosea. Elevul este instruit să măsoare și să înregistreze ariile părților fiecărei figuri și să răspundă la următoarele întrebări.

„În cîte părți a fost împărțită figura A ?“

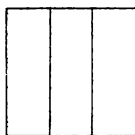
„Află aria fiecărei părți și scrie răspunsul tău aici“.

.....

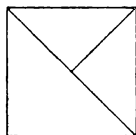
„Au toate părțile aceeași arie?“ DA/NU.

În final i se cere elevului să arate care figuri au fost împărțite în jumătăți și să justifice aceasta.

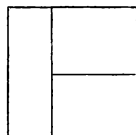
Aceleași desfășurări se repetă pentru treimi și pătrimi.



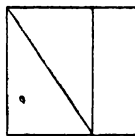
A



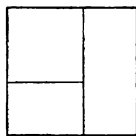
B



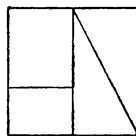
C



D



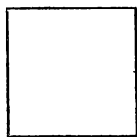
E



F

A, C și D sînt împărțite în trei, B și E sînt împărțite în două arii inegale și F este împărțit în patru părți.

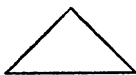
(ii) Probleme care utilizează fracțiile. Figurile de tipul următor sînt desenate pe hîrtia cu pătrățele cu latura de un centimetru.



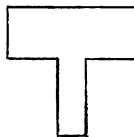
A



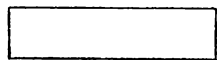
B



C



D



E

etc.

Ele sînt aranjate astfel ca ariile lor să fie $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{3}$ sau $\frac{1}{2}$ din aria mare A. Următoarele fișe de lucru cer copiilor să măsoare toate ariile și să completeze propoziții de tipul:

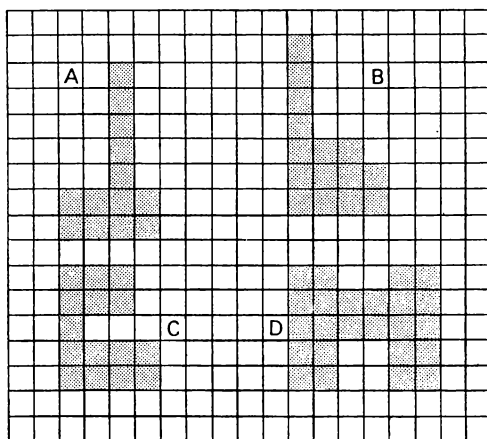
„Figura A are o arie de cm²“.

„Figura B are o arie de cm²“.

„Câte figuri B vor avea aceeași arie ca și figura A?”

„Figura B este următoarea fracție a figurii A — o jumătate, o treime, o pătrime. Subliniază răspunsul corect.”

La acest punct profesorul înclină să arate că fracția $\frac{\text{aria lui A}}{\text{aria lui B}} = \frac{x}{y}$, dar atragem atenția că este periculos deoarece această caracteristică poate dezvolta un automatism în calcularea unui număr fără a înțelege ceea ce s-a accentuat în activitatea precedentă. Cîțiva copii inteligenți pot urmări această metodă particulară de prezentare a fracției, adică $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{4}$ etc. dar sugerăm că acest simbolism va depăși înțelegerea multora dintre copiii noștri și o metodă intermediară de scriere a fracției poate avea o semnificație mai mare dacă este exprimată sub forma a jumătate din partea întreagă; o treime din partea întreagă etc. Acest exercițiu poate fi întărit desenînd figuri de tipul următor pe foaia cu pătrățele cu latura de un centimetru.



Este important ca ariile figurilor să fie astfel încît ele să dea posibilitatea să se răspundă la următoarele întrebări:

„Desenează o figură pe hîrtia cu pătrățele care să aibă jumătate $\left(\frac{1}{2}\right)$ din aria figurii A”.

„Mai desenează încă două figuri, diferite, dar fiecare să aibă jumătate din aria figurii A”.

„Desenează o figură pe hîrtia cu pătrățele care să aibă o treime $\left(\frac{1}{3}\right)$ din aria figurii B.”

„Este această ultimă figură o treime din aria figurii C?”
(Răspunsul corect este da.)

„Desenează o figură pe hîrtia cu pătrățele care este o pătrime $\left(\frac{1}{4}\right)$ din aria figurii D”.

„Este această ultimă figură desenată de tine jumătate $\left(\frac{1}{2}\right)$ din aria figurii A?”.

(Răspunsul corect este da.)

„Este această ultimă figură desenată jumătate $\left(\frac{1}{2}\right)$ din aria figurii B?”

(Răspunsul corect este da.)

„Care are aria mai mare și cu cîți centimetri pătrați?”

Mai departe, în activitatea cu fracțiuni de arie se pot utiliza figuri din hîrtie îndoită și tăiată, iar indicațiile se pot găsi în cărțile „Proiectului pentru matematică Nuffield” (Chambers & Murray Ltd) și în „Raport despre matematică în școala primară” pentru Asociația Matematicienilor (G. Bell & Sons Ltd.) și în alte îndrumătoare pentru profesori. Totuși trebuie avut grijă ca astfel de explicații să nu se transforme în operații mecanice, care urmăresc o serie de îndoiri și tăieri a figurilor din hîrtie. Într-o astfel de activitate dorim să accentuăm conceptul că o fracție este legată de împărțirea întregului în părți egale de arie, dar nu în mod necesar de figuri identice. Elevii pot acum progresa în măsurări și investigații pentru a vedea (de exemplu) că patru părți din 12 au aceeași arie și fracție ca o parte din trei, dacă ambii întregi au aceeași arie de la început. Deoarece natura exercițiului este acum destul de complexă se cere ca întrebările să se prezinte cu grijă.

Este clar că conceptul de fracții este dificil de înțeles și profesorul are credința că activități asemănătoare care utilizează și alte exemple pot fi adecvate la acest stadiu. Totuși, activitatea trebuie să continue pentru a utiliza investigațiile practice, procedeele de a pune întrebări și sistemele de a înregistra rezultatele. Interpretarea de către copii a acestor rezultate este cheia înțelegerii. Activitatea practică poate utiliza noțiunea de scară a unei hărți (a se vedea *Îndrumătorul pentru profesor în studiul mediului înconjurător: debut în folosirea hărților*, editat de Consiliul școlilor); de curbe de nivel ale unui deal (cu un model al dealurilor din lemn de plută, realizat în clasă); de mecanism (utilizînd tipul de roțițe zimțate din plastic) etc.

4 B

Material practic care încurajează folosirea operațiilor logice

Această activitate mai avansată include încă măsurarea ariei, dar modul în care este prezentat materialul cere elevului să se gîndească la măsurătorile pe care le-a executat înainte de a putea să rezolve pro-

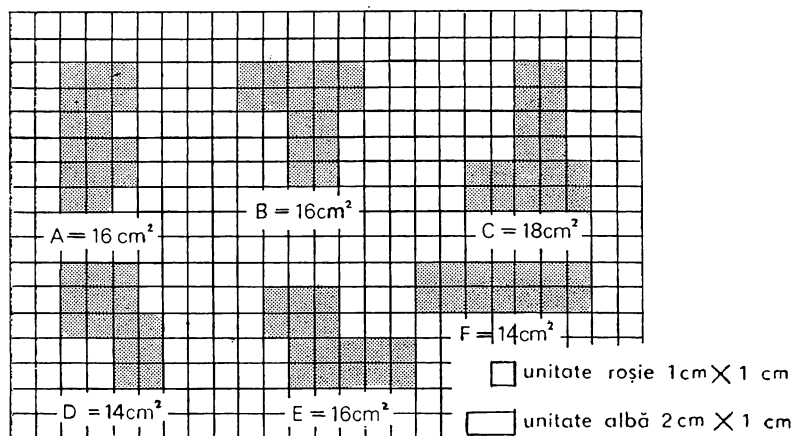
blemele. Metoda de a ajunge la o soluție nu se bazează în întregime pe activitatea practică; elevul află în mod logic soluțiile fără să recurgă direct la activitatea practică. În scopul de a realiza aceasta trebuie în primul rând ca el să înțeleagă în mod clar semnificația termenilor și expresiilor folosite.

La acest moment este periculos să se prezinte tipul de probleme care utilizează numai cuvinte și simboluri și pare clar că mulți copii nu reușesc să facă tranziția de la lucrările bazate în întregime pe activitatea practică la cele care implică un anumit grad de abilitate mintală. Pasul este prea mare și se produce o blocare în procesul de învățare. Pentru aceasta ilustrăm un pas intermediar posibil, care combină activitatea practică cu gândirea abstractă. Următoarele sugestii intenționează să ilustreze mai degrabă o îndrumare, decât o structură de predare rigidă.

(i) Propoziția la care dorim să ajungem în următoarea etapă este: dacă $A = B$ și $B = C$, atunci A trebuie să fie egal cu C .

Material. Figurile prezentate și unități de măsură suficiente de ambele tipuri (în acest caz unități de $1\text{ cm} \times 1\text{ cm}$ și $2\text{ cm} \times 1\text{ cm}$ [din etapa 12]) pentru a acoperi figurile.

(Pentru a veni în ajutorul profesorului la figurile prezentate aici sînt însemnați cm^2 , dar pentru elev nu se face această notație.)



Elevul măsoară aria figurilor A , B , C și D folosind figurile unități sau grila transparentă. Unitatea folosită pentru această parte a exercițiului este centimetrul pătrat. Pentru a doua parte, aria figurii E este comparată cu cele ale lui B , C și F folosind figura unitate $2\text{ cm} \times 1\text{ cm}$ (sau grila însemnată în blocuri $2\text{ cm} \times 1\text{ cm}$). Folosind diferite unități pentru fiecare jumătate de exercițiu relația dintre ariile figurilor A și E nu poate fi comparată direct prin măsurare.

Acest principiu este folosit într-un număr de exerciții și în practică nu-și poate atinge scopul, dacă elevul nu mai mânuiește materialul la începutul exercițiului sau recurge la utilizarea numai a unui tip de unități și atunci răspunde la întrebări prin simpla comparare a răspunsurilor sale. De aceea se sugerează ca elevul să completeze prima jumătate a exercițiului și să schimbe prima grupă de unități cu a doua grupă precum și cu figurile suplimentare E și F . Aceasta permite profesorului să verifice repede înregistrarea măsurătorilor la această jumătate de stadiu.

Problema poate fi prezentată folosind următoarele întrebări:

„Folosește unitățile roșii pentru a afla aria figurilor A , B , C și D și completează următoarele:

Figura A are aceeași arie ca ... unități roșii.

Figura B are aceeași arie (este egală în arie cu) ... unități roșii.

Figura C este egală în arie cu ... unități roșii.

Figura D este egală în arie cu ... unități roșii“.

„Înapoiți unitățile roșii și luați unitățile albe și măsurați aria figurilor E , C , B și F .

Aria figurii E este egală cu ... unități albe.

Aria figurii B este egală cu ... unități albe.

Aria figurii C este egală cu ... unități albe.

Aria figurii F este egală cu ... unități albe.“

„Acum subliniați care dintre următoarele propoziții este corectă și tăiați cu o linie care nu este adevărată:

Aria figurii A este aceeași (egală) cu aria lui C , B , D .

Aria E este aceeași cu aria lui C , B , F .

Aria A este aceeași cu aria lui D , C , E , F .“

Elevii care sînt capabili să facă comparații directe din măsurări vor rezolva $A = B$ și $E = B$, dar pentru a rezolva că $A = E$ ei nu se pot baza numai pe măsurări; ei trebuie să aprecieze mintal relațiile dintre ariile figurilor, adică ei trebuie să examineze rezultatele lor și să facă legătura între informații.

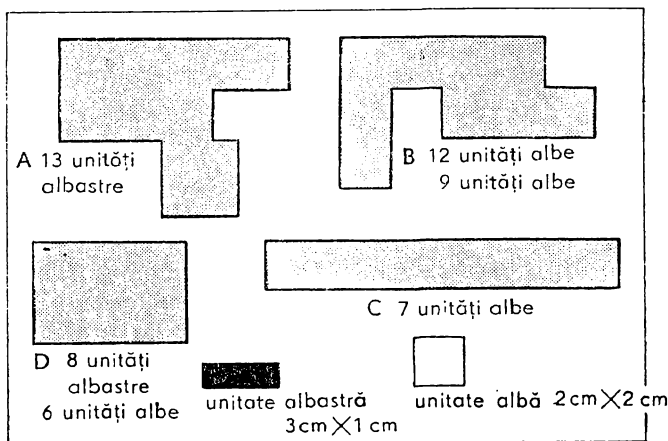
(ii) Operația de a arăta: dacă A este mai mare decît B și B este mai mare decît C , atunci A trebuie să fie mai mare decît C ; $A > B > C$.

Material. Figurile etichetate A , B , C și D decupate din carton roșu sau dale pentru podea.

35 unități 1 cm $\times$ 3 cm albastre

24 unități 2 cm $\times$ 2 cm albe (din etapa 9).

Ca mai înainte unitățile trebuie să fie desenate pentru a face pentru copil mai dificilă compararea ariilor lor.



Elevului i se cere să măsoare aria figurilor A , B și D folosind unitățile albastre de $3 \text{ cm} \times 1 \text{ cm}$. Rezultatele pot fi înregistrate prin desenarea conturului figurilor pe o foaie de hîrtie și scriind numărul de unități albastre necesar acoperirii fiecărei figuri.

În partea a doua ariile figurilor B , C și D sînt măsurate folosind unitățile pătrate albe cu latura de 2 cm și rezultatele înregistrate.

Se pot pune următoarele întrebări:

„Bifați propoziția corectă și puneți o cruce lângă propoziția incorectă:”

1. Aria lui A este mai mare decît aria lui B .
2. Aria lui A este aceeași cu aria lui D .
3. Aria lui B este mai mică decît aria lui D .
4. Aria lui B este mai mare decît aria lui C .
5. Aria lui C este egală cu aria lui D .
6. Aria lui A este mai mare decît aria lui C .

La întrebările 1—5 se poate răspunde prin comparare directă a măsurării ariilor. Întrebarea 6 este singura care cere un proces de gîndire de tipul: dacă A este mai mare decît B și B este mai mare decît C , atunci A este mai mare decît C .

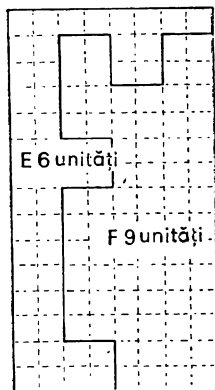
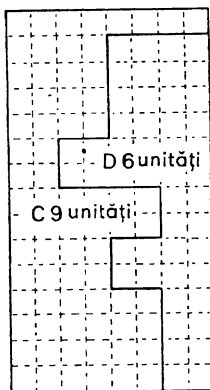
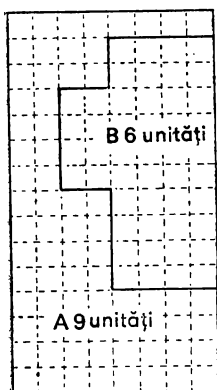
(iii) Operația care arată că dacă aria $A+B$ este egală cu aria $C+D$ și dacă aria lui B este egală cu aria lui D , atunci aria A trebuie să fie egală cu aria C .

$A + B = C + D$, dacă $B = D$, atunci $A = C$.

Acesta este raționamentul necesar pentru a ajunge la răspunsul corect pentru etapa impusă 16. Următoarea activitate practică este similară și poate fi folosită suplimentar la materialul din etapa 16, dacă elevul nu a înțeles această operație logică.

Material. 24 unități $2 \text{ cm} \times 4 \text{ cm}$ galbene (din etapa 18). Trei dreptunghiuri $A + B$, $C + D$ și $E + F$ fiecare avînd măsurile $15 \text{ cm} \times$

$\times 8$ cm. Acestea sînt decupate din carton sau dale pentru pardosea. Trebuie trasate linii pe dreptunghiuri pentru a le împărți în două, fiecărei părți atașîndu-i-se cîte o literă ca în diagramă.



Figurile au fost în așa fel desenate încît numai ariile lui *B*, *D* și *F* să poată fi măsurate cu unitățile $2\text{ cm} \times 4\text{ cm}$ galbene. Elevul nu poate măsura direct ariile dreptunghiurilor sau figurilor *A*, *C* și *E*.

Elevului i se cere (a) să plaseze dreptunghiurile unul peste celălalt pentru a fi sigur că ele au toate arii egale; (b) să măsoare ariile lui *B*, *D* și *F* folosind unitățile galbene. Elevul trebuie să fie încurajat să înregistreze rezultatele sale așa cum s-a arătat în activitatea precedentă. Următoarele întrebări pot fi puse pentru a vedea dacă elevul poate folosi logica necesară:

Dacă aria figurii A este de 9 figuri unități galbene, completează următoarele propoziții:

Figurile A + B au o arie egală cu ... figuri unități galbene.

Figura C are o arie egală cu ... figuri unități galbene.

Figura E are o arie egală cu ... figuri unități galbene.

Dacă se inventează cîteva unități noi de arie și se folosesc să măsoare ariile figurilor astfel încît:

Figura A măsoară 12 unități noi de arie și

Figura D măsoară 8 unități noi de arie,

atunci cît vor măsura următoarele:

Figura C are o arie egală cu ... unități noi.

Figurile A + B au o arie egală cu ... unități noi.

Figura F are o arie egală cu ... unități noi.

Figura E are o arie egală cu ... unități noi.

Aceste figuri noi nu trebuie confecționate, trebuie utilizată imaginația elevului. Ultima serie de întrebări va arăta dacă elevul a înțeles relația dintre ariile figurilor.

(iv) Două operații logice sînt combinate în următoarea afirmație:

(a) Dacă aria A + aria B este mai mare decît aria D și dacă aria $A =$ aria D , care este relația între aria C și aria B ? $A + B$ este mai mare decît $C + D$; $A = D$. Aria C este egală, mai mică, sau mai mare decît aria B ?

(b) Aria $A +$ aria $B =$ Aria $E +$ aria F și aria A este mai mare decît aria F ; care este relația între aria B și aria E ?

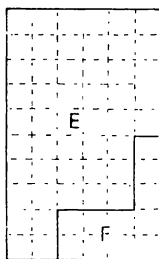
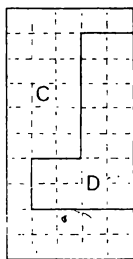
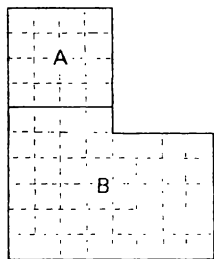
$A + B = E + F$. A este mai mare decît F . Aria B este mai mică, egală sau mai mare decît aria E ?

Material. 12 unități ($1\text{ cm} \times 1\text{ cm}$) colorate în verde.

35 unități ($5\text{ cm} \times 1\text{ cm}$) colorate în alb.

Trei figuri tăiate din carton sau dale pentru pardosea.

În interiorul fiecărei figuri se trasează linii pentru a le împărți în două și fiecărei părți i se atașează o literă, ca în diagramă.



Elevului i se cere să măsoare aria figurilor întregi $A+B$, $C+D$ și $E+F$ folosind unitățile albe $5\text{ cm} \times 1\text{ cm}$ și apoi să măsoare ariile lui A , D și F folosind unitățile verzi $4\text{ cm} \times 1\text{ cm}$. Rezultatele se înregistrează ca mai înainte, avîndu-se grijă însă să se noteze care unități s-au utilizat. Elevul va trebui să răspundă la următoarele întrebări:

Bifați $\checkmark$ fiecare propoziție care este corectă.

Însemnați cu $\times$ fiecare propoziție care nu este corectă.

1. Figura A este egală în arie cu figura D .

2. Figura D este egală în arie cu figura F .

3. Figurile $A+B$ au o arie mai mare decît figurile $C+D$.

4. Figura B are o arie mai mare decît figura C .

5. Aria figurii F este mai mică decît aria figurii A .

6. Figurile $C+D$ au aceeași arie cu figurile $E+F$.

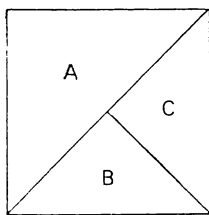
7. Figura E are o arie mai mare decît figura B .

8. Aria figurii C este mai mică decît aria figurii B .

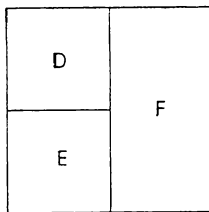
Se pot adăuga întrebări similare.

(v) În acest paragraf i se dau elevului două pătrate de arii egale, fiecare împărțit în două și o jumătate în sferturi. I se pun întrebări despre relațiile dintre ariile diferitelor părți ale pătratelor.

Material. Două pătrate $6\text{ cm} \times 6\text{ cm}$ desenate pe o hîrtie cu pătrățele cu latura de un centimetru. Pătratele au linii desenate pe suprafața lor



(1)



(2)

și părțile lor etichetate ca în diagramă. Elevului i se cere să răspundă la următoarele întrebări:

Răspunde la următoarele întrebări scriind Da sau Nu.

1. Este figura C un sfert din aria pătratului nr. 1?
2. Este figura B egală în arie cu figura F?
3. Este figura C egală în arie cu figura D?
4. Este figura A egală în arie cu figurile B și C împreună?
5. Este figura F egală în arie cu figurile A și C împreună?
6. Este figura A egală în arie cu figurile B și D împreună?
7. Completează cu numărul corect.

*Figura A și figura B împreună au aceeași arie ca ...
figuri centimetri pătrați.*

8. Completează cu numărul corect

Figura D și figura B împreună au aceeași arie ca ... figuri cm^2 .

9. Completează cu numărul corect.

*Figura F, figura E și figura B împreună au aceeași arie ca ...
figuri cm^2 .*

(vi) În acest paragraf i se dau elevului șapte pătrate ale căror arii sînt egale și figuri unități variate. Diferitele părți ale fiecărui pătrat sînt notate cu literele A, B etc. Măsurînd fiecare pătrat la rîndul său (folosind diferite unități pentru fiecare pătrat astfel încît compararea ariilor nu poate fi făcută prin numărul dat ca răspuns) i se cere elevului să găsească dacă partea fiecărui pătrat este un sfert, o treime sau jumătate din pătratul întreg. Se pun diferite întrebări pentru a verifica dacă elevul a înțeles aceste relații și poate folosi informațiile pentru a răspunde la probleme.

Material. Șapte pătrate tăiate din carton sau dale pentru pardosea ($8 \text{ cm} \times 8 \text{ cm}$). Șase au linii desenate pe suprafața lor împărțindu-le în două, partea mai mică fiind însemnată ca în diagramă. Al șaptelea este notat cu litera G.

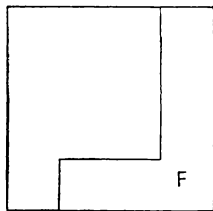
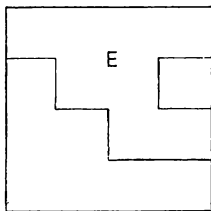
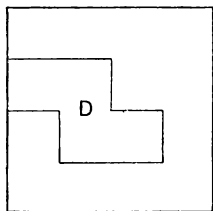
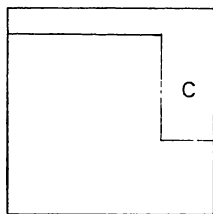
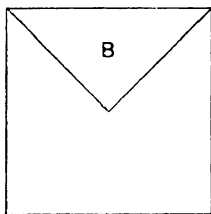
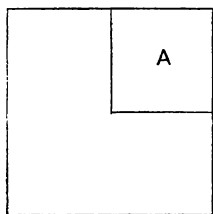
16 unități pătrate albe. $2 \text{ cm} \times 2 \text{ cm}$ din etapa 9.

O grilă centimetrică.

16 figuri unități verzi $4 \text{ cm} \times 1 \text{ cm}$ folosite în paragraful anterior.

8 unități galbene $2 \text{ cm} \times 4 \text{ cm}$ din etapa 18.

Elevului i se cere să plaseze pătratele unul peste celălalt pentru a se convinge că au arii egale.



Folosiți unitățile pătrate albe pentru a măsura aria pătratului mic *A*.
Folosiți unitățile pătrate albe pentru a măsura aria întregului pătrat.
Completați următoarele:

Pătratul mic *A* măsoară ... unități pătrate albe.

Pătratul întreg măsoară ... unități pătrate albe.

Subliniați răspunsul corect:

Pătratul mic *A* este un sfert $\left(\frac{1}{4}\right)$ din aria pătratului întreg.

Pătratul mic *A* este o jumătate $\left(\frac{1}{2}\right)$ din aria pătratului întreg.

Pătratul mic *A* este o treime $\left(\frac{1}{3}\right)$ din aria pătratului întreg.

Acest procedeu este folosit pentru celelalte cinci pătrate însemnate. Se folosește o grilă pentru măsurarea ariei *B*, unitățile verzi $4\text{ cm} \times 1\text{ cm}$ pentru *C* și *F* și unitățile galbene $4\text{ cm} \times 2\text{ cm}$ pentru *D* și *E*. Un sistem de înregistrare clar este esențial. Pătratele pot fi desenate pe o foaie de hârtie și propozițiile completate pot fi scrise sub fiecare pătrat.

Bifează fiecare propoziție corectă.

Înseamnă cu o cruce fiecare propoziție incorectă.

1. Două figuri *A* au aria egală cu aria figurii *E*.

2. Două figuri *A* au aria egală cu aria jumătății $\left(\frac{1}{2}\right)$ figurii *G*.

3. Trei figuri *B* au aria egală cu aria jumătății figurii *G*.

4. Trei figuri *B* au aria egală cu aria a trei figuri *D*.

5. Patru figuri *D* au aria egală cu aria figurii *G*.

6. Două figuri A și două figuri B au aria egală cu aria figurii G .
 7. Două figuri A , o figură B și o figură C au aria egală cu aria figurii G .
 8. Două figuri A , o figură B și o figură F au aria egală cu aria figurii G .

9. Figura A are un sfert $\left(\frac{1}{4}\right)$ din aria figurii G .

10. Figura E are o treime $\left(\frac{1}{3}\right)$ din aria figurii G .

11. Figura A , figura B , figura C și figura D împreună sînt egale în arie cu figura G .

12. Cîte figuri A sînt egale în arie cu două figuri G ?

Se vede că dacă figurile sînt tăiate în diferite moduri așa încît figurile întregi au ariile egale, atunci măsurătorile și întrebările similare de mai sus pot fi utilizate pentru a stabili echivalența fracțiilor.

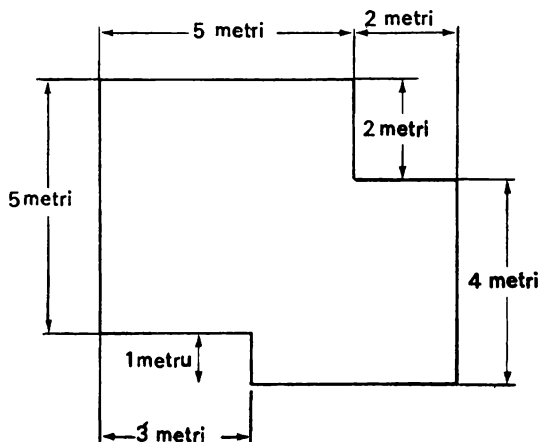
De notat că dacă se răspunde la întrebări fără a recurge la observarea materialului, după ce s-au utilizat unități în măsurătorile inițiale, atunci elevul folosește un proces logic de gîndire și stăpînește conceptul de fracție.

MATERIAL PENTRU PREDARE SUPLIMENTAR

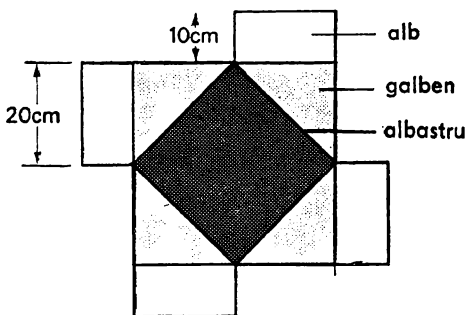
Pentru a testa suplimentar activitatea deja sugerată i se cere elevului să rezolve probleme mai reale, folosind elemente din fizică și din activitatea practică.

De exemplu:

1. O peluză este acoperită cu brazde de iarbă. Fiecare brazdă măsoară $50 \text{ cm} \times 50 \text{ cm}$ și forma peluzei este următoarea:
 Cîte brazde sînt necesare?

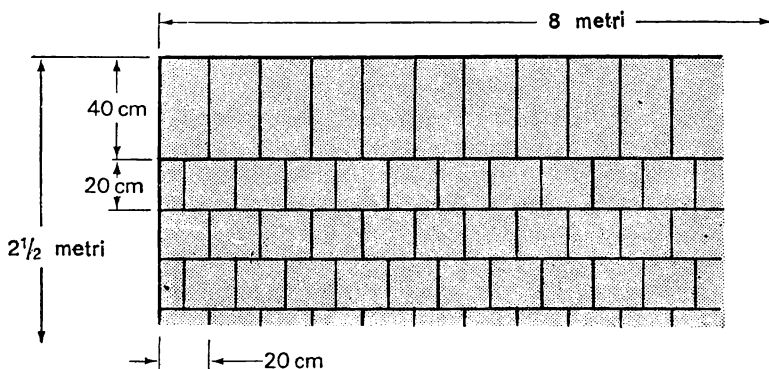


2. Desenul arată un model pentru dalele de pardosea. Lungimea dalei albe este 20 cm, lăţimea este 10 cm. Pardoseala unei bucătări trebuie să fie acoperită cu dale din acest model. Pardoseala are aria $500 \text{ cm} \times 300 \text{ cm}$. Aflaţi câte dale albastre, albe şi galbene trebuie pentru a acoperi podeaua folosind desenul arătat.



Problema poate fi diversificată utilizând diferite dale. Se pot adăuga diferite desene şi dimensiuni mai complicate ale pardoselii.

8. Se confecţionează un acoperiş folosind ţigle. Fiecare ţiglă este de 40 cm lungime şi 20 cm lăţime. Fiecare rând de ţigle se prelungeşte peste rândul de dedesubt aşa încît se vede numai 20 cm din lungimea fiecărei ţigle. Câte ţigle sînt necesare pentru acoperişul arătat.



Conceptul de masă*

Astăzi conceptul de masă apare deseori ca un subiect de studiu în școala primară sau în primul an al gimnaziului. Există probabil două motive pentru aceasta. Piaget a studiat încă de la începutul activității sale, înțelegerea de către copiii de vîrstă mică a acestui concept și scrierile sale despre acest subiect au influențat considerabil sugestiile pentru predare. De asemenea, întreprinderile au fost antrenate în vînzarea relativ ieftină a balanțelor simple cu brațe egale și de aceea profesorii au fost încurajați să introducă destul de devreme în viața școlii cîntărirea, ca o investigație practică. Se spune că acest concept este destul de simplu pentru a fi înțeles și ca urmare este studiat în general numai cu elevii mici. Totuși în programele gimnaziului conceptul re apare de obicei în asociație cu volumul și densitatea. Conceptul de greutate a unui obiect în termenii forței cu care Pămîntul îl atrage sau în termenii forței aplicate lui în scopul de a-l împiedica să cadă pe Pămînt este o cunoștință care nu este un concept de-sine-stătător.

Elevii mici sînt deseori încurajați să toarne material în talerul unei balanțe și să-l „cîntărească” cu ajutorul altor obiecte sau să compare masele unor obiecte de „mărimi” diferite. Deseori ne întrebăm care sînt exact obiectivele în spatele acestor activități; ce intenții s-au avut în vedere în învățare și ce concepții sau concepții greșite se desprind de aici. Nu am fost capabili să descoperim un mod de predare a acestui concept care să urmărească îndeaproape cercetările lui Piaget și ale colaboratorilor săi.

În activitatea noastră cu elevii mici concepțiile și înțelegerea greșită manifestate de ei ne-au încurajat să scriem aceste sugestii și note în speranța că în general profesorii din școala primară, ca și colegii lor care predau la copiii mici, le vor găsi folositoare. Masa este un concept care poate fi studiat la toate nivelele și desigur nu trebuie să fie mărginit la elevii mai mici.

CORPURI MAI GRELE, CORPURI MAI UȘOARE

Un capitol de predare a conceptului de masă deseori începe prin a cere copiilor să compare mase prin mînuire directă. Accentul cade pe înțelegerea clară a noțiunii de mai greu și mai ușor. Din nefericire aceasta folosește obiecte de „mărimi” sau volume diferite și pentru

* În toată această parte autorii se referă la înțelegerea aspectului grafic al noțiunii de masă (N. Red.).

mulți elevi de vîrstă mai mică, de șapte sau opt ani, conceptul de masă este strîns asociat de „mărime”. Cu alte cuvinte, pentru ei, cu cît un obiect este mai mare în volum cu atît are masa mai mare.

Relația între volum și masă este complexă pentru elevii mai mici și se sugerează ca ei să compare întîi masele obiectelor de volume similare. Într-adevăr aceasta este o primă investigație folositoare, deoarece le dă posibilitatea elevilor să se familiarizeze cu terminologia, cu procedeele de a urmări întrebările și cu folosirea sistemului simplu de înregistrare a datelor.

Balanța cu brațe egale stă la baza activității, dar la acest stadiu nu se încearcă să se explice principiile operației. La început elevul trebuie să-și dea seama că atunci cînd percepe că un obiect este „mai greu” decît altul și le plasează pe fiecare taler al balanței, talerul care conține obiectul mai greu întotdeauna coboară. Cînd își însușește aceste cunoștințe el va fi capabil să prevadă ce se va întîmpla dacă va utiliza o balanță pentru a compara două obiecte de mase diferite. O extindere a acestei noțiuni are loc cînd elevul nu este capabil să judece diferența între două obiecte și folosește cunoștințele sale despre balanță pentru a descoperi relația între masele acestora. El începe să creadă în cele din urmă că „talerul balanței care conține obiectul mai greu întotdeauna coboară”. Sugerăm că această abordare privind legătura între mase prin observarea comportării unei balanțe este pentru elev o experiență de învățare mult mai semnificativă decît abordarea bazată pe „a-i spune” ceea ce se va întîmpla cînd diferite mase sînt plasate pe balanță.

Al treilea stadiu este compararea maselor egale.

Prin natura lucrurilor a acționa după bunul simț duce la un raționament greoi sau la întîmplare, dar a observa ceea ce se va produce dacă două corpuri de masă egală sînt plasate fiecare pe cîte un taler al unei balanțe este o operație importantă. Încercăm să formăm în mintea copiilor ideea că dacă nici un taler nu coboară nu se poate spune că un obiect este mai greu și altul mai ușor; „nici unul nu cîștigă, deci amîndouă trebuie să fie la fel”. Această logică nu se aplică în mod necesar cînd profesorul spune pur și simplu că „dacă talerele sînt la același nivel masele sînt egale”. Această afirmație poate mai degrabă să încurajeze răspunsurile ulterioare bazate pe concluzia: „este așa, deoarece profesorul mi-a spus” decît pe o înțelegere a proprietății balanței.

Ocaziile de a cîntări obiecte apar deseori în practica zilnică a elevilor dar, credem că o astfel de activitate, izolată și fără o tratare pe etape are o valoare limitată pentru dezvoltarea conceptului. Pentru acest motiv sugerăm următoarea desfășurare a exercițiilor, care pot fi introduse în activitățile de cîntărire, așa cum apar în clasă sau la colțul matematic. Accentuăm că aceste sugestii sînt considerate ca un program de îndrumare și nu ca un mod de predare bine structurat. Copiii vor avea nevoie de mai multă experiență, decît cea pe care am sugerat-o noi, dacă vor să treacă la generalizări.

Predarea timpurie a conceptului de masă utilizează o balanță cu brațe egale de două tipuri. Primul tip este balanța din lemn sau plastic, care nu prea este sensibilă și poate de asemenea să nu fie prea exactă. Al doilea tip este balanța de bucătărie cu două talere, care este și sensibilă și corectă, dar la care există o mică mișcare între poziția „mase egale” și poziția cu mase inegale. Pentru o stabilire temeinică timpurie a conceptului de masă, balanța utilizată trebuie să fie realizată cît mai simplu posibil, să existe o diferență apreciabilă în cazul cînd pe talere sînt mase inegale și să fie exactă și sensibilă cînd cele două mase diferă numai printr-o unitate de masă. Aceasta implică o alegere cu grijă a balanței și a unității folosite. Unele balanțe au un indicator fixat în unghi drept la centrul brațelor și aceasta deseori face pe elevi să se preo- cupe prea mult de poziția exactă a indicatorului. Cîteodată această atenție pînă la detaliu maschează rezultatul sau investigația reală și considerăm că este suficient și deseori mai bine să se folosească o balanță la care elevul mai degrabă se uită dacă talerele balanței sau brațele sînt „la același nivel” pentru a aprecia masele egale.

În cele din urmă o bună caracteristică a unei balanțe este ușurința cu care elevul poate pune sau lua obiectele de pe taler. Referitor la cele spuse mai sus talerele atașate brațelor cu ajutorul lanțurilor nu sînt satisfăcătoare. O balanță din comerț are multe caracteristici bune și avantajul suplimentar că perechea de talere (pentru mase mai mici) poate fi înlocuită cu cupe mari din plastic pentru cîntărirea obiectelor mai mari.

La clasele mai mici se utilizează deseori balanțe de bucătărie cu cadran cu arc pentru a cîntări ingredientele unei prăjituri etc. Deși aceasta este o experiență importantă, trebuie avut în minte că astfel de citiri deseori înseamnă pentru elev un „număr”, unul mai mare decît celălalt și deoarece materialele cîntărite pot avea densități diferite nu este necesar să se facă apel la conceptul de masă pentru a desfășura activitatea în mod satisfăcător.

OBIECTIVE

- (a) Să se folosească corect terminologia prin experiențe variate.
- (b) Să se compare masele prin mînuire directă.
- (c) Să se compare masele cu ajutorul balanței.
- (d) Să se desăvîrșească înțelegerea utilității sistemului simplu de înregistrare a datelor.

MATERIALUL IMPUS

A se face referire la pagina 22 pentru indicații, înainte de a utiliza materialul impus.*

* În acest capitol se folosește ca material didactic seturi de cutii de diferite mărimi și culori, numerotate de la 1 la 10, în ordinea mărimii, pentru ușurința expunerii. (N. red.)

Testul 1

Aveți nevoie de două cutii cu capace: una roșie nr. 2 în care se află 2 inele; una albastră nr. 2 încărcată cu 8 inele.

Dați elevului câte o cutie s-o țină în fiecare mână.

„Care este mai grea dintre acestea două?”

Testul 2

Aveți nevoie de două cutii cu capace: una verde nr. 2 încărcată cu două inele; una portocalie nr. 2 încărcată cu 6 inele.

Dați elevului câte o cutie s-o țină în fiecare mână.

„Care este mai ușoară dintre acestea două?”

Testul 3

Aveți nevoie de două cutii cu capace: una galbenă nr. 1, încărcată cu 6 inele; una albastră nr. 1 încărcată cu 2 inele.

Plasați o balanță pe masă și verificați dacă oscilează liber.

Dați elevului câte o cutie s-o țină în fiecare mână.

3a *„Care dintre acestea cântărește mai mult?”*

3b *„Ce s-ar fi întâmplat dacă cutia albastră ar fi fost pusă pe acest taler (indicați) și cea galbenă pe acel taler (indicați)?”*

După ce elevul a răspuns, plasați fiecare cutie pe câte un taler al balanței.

3c *„Ce s-ar fi întâmplat dacă ar fi avut mase egale (dacă cântăresc la fel)?”*

ÎNREGISTRARE

Terminologie

- | | | | |
|--------------------------------------|---|--|---|
| 1. Cutia albastră e mai grea | ✓ | 2. Cutia verde este mai ușoară | ✓ |
| Oricare alt răspuns | × | Oricare alt răspuns | × |
| 3a Cutia galbenă cântărește mai mult | ✓ | 3c Dacă cutiile au mase egale talerele sau brațele balanței vor avea același nivel | ✓ |
| Oricare alt răspuns | × | Oricare alt răspuns | × |

Utilizarea balanței

(v. testul 4)

INTERPRETARE

Acestea sînt etape introductive impuse și au ca scop să descopere dacă copilul înțelege cuvintele „mai greu“, „mai ușor“, „cîntărește mai mult“, „mase egale“, „cîntărește mai puțin“ etc. Terminologia este legată direct

de felul de a simți al copilului. Etapa a treia examinează ceea ce înțelege copilul prin balanța cu brațe egale.

O mare parte dintre copiii pînă la șapte ani (și aproape unul din zece dintre cei de opt ani) nu înțeleg clar acțiunea brațelor balanței, cînd se compară două obiecte, în special cînd acestea au mase egale. Aici ne preocupă numai cunoștințele despre poziția brațelor balanței și nu legile fizice presupuse în funcționarea balanței, deoarece acestea depășesc la acest stadiu puterea de înțelegere a elevilor.

CÎTEVA SUGESTII PENTRU PROFESOR

Aceste exerciții introduc pe elevii mici în investigații simple bazate pe comparări de mase între perechile de obiecte. Elevul trebuie să facă legătura între acțiunile sale și anumite cuvinte sau termeni și de asemenea să lege activitățile sale cu un sistem de înregistrare. Acest transfer de acțiune la o formă simbolică de înregistrare nu este necesar pentru copiii de la șase la șapte ani și de aceea am încurajat un sistem ilustrat care simbolizează îndeaproape activitatea concretă. (A se vedea capitolul precedent pentru notele următoare asupra acestui subiect.) În același timp introducem o metodă de înregistrare care este mai abstractă sau cu semne, îndeosebi cuvinte scrise. Pentru acest scop alături de desenele colorate care reprezintă cutiile reale utilizate se găsesc cuvinte sau termeni.

De asemenea am notat forma întrebărilor, dar aici comunicarea orală este necesară, deoarece este foarte dificil a se da informații în cuvinte și propoziții pe o foaie de hîrtie și pe care elevii mici să le înțeleagă și să le transfere în acțiune.

Următoarele sugestii sînt prevăzute numai cu cîte un exemplu. Mulți copii vor avea nevoie de multe activități de natură similară pentru înțelegerea deplină a principiului pe care se bazează acțiunile lor. În acest scop se pot obține * cutii simple din plastic cu capace corespunzătoare, care se află în pachete de cîte cinci (fiecare cutie de altă culoare). În acest capitol am standardizat materialul nostru în trei tipuri de cutii și utilizăm inele de metal ca unități de masă. Cutiile de plastic de la margarină sau smîntînă umplute cu nisip servesc destul de bine ca o alternativă, dar astfel de cutii se pot rupe cu ușurință. Desigur nu se vor folosi vase din sticlă, deoarece accidentele sînt inevitabile în acest tip de activitate. Recomandăm ca fiecare clasă să aibă două balanțe sau trei balanțe, astfel ca șase pînă la zece elevi să fie introduși în același timp în activitatea practică. Fiecare trusă pentru exercițiu este prezentată pe o tavă din lemn cu marginile înalte de un centimetru sau doi, pentru ca materialul să nu se împrăștie.

* Autorii se referă la obiecte care pot fi procurate în Marea Britanie. Aceste cutii pot fi înlocuite cu seturi existente în magazinele noastre. (N. red.)

MAI GREU ȘI MAI UȘOR

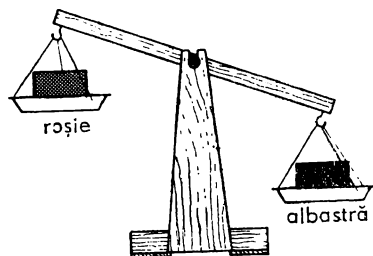
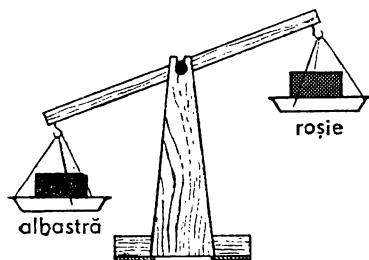
1A Utilizarea unei balanțe și a terminologiei. În acest paragraf elevul este încurajat să compare masele a două obiecte întâi prin a le ține pe fiecare într-o mână și apoi prin a face legătura cu ce se întâmplă cu brațele balanței, când fiecare obiect este plasat pe câte un taler. De notat că volumele obiectelor sînt egale deoarece nu dorim să adăugăm vreo complicație la acest nivel. Elevului i se cere să compare masele a două obiecte la un moment dat. Se sugerează un sistem de înregistrare, care face legătura directă între ceea ce vede copilul și propozițiile scrise. Terminologia folosită este „mai greu decît”, „mai ușor decît”, „cîntărește mai mult decît”, „cîntărește mai puțin decît”, „egal în greutate” și „cîntărește la fel cu”.

Material. Patru cutii nr. 2 cu capace și care conțin următoarele: 1 roșie + 5 inele; 1 albastră + 9 inele, 1 verde + 13 inele; 1 portocalie + 1 inel.

Cutiile pot fi ușor umplute cu nisip sau alt material disponibil (în loc de inele) dar ele trebuie să difere evident în greutate, cînd sînt ridicate.

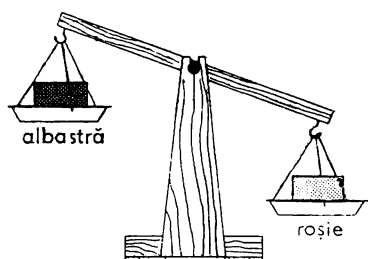
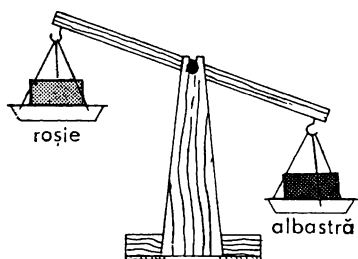
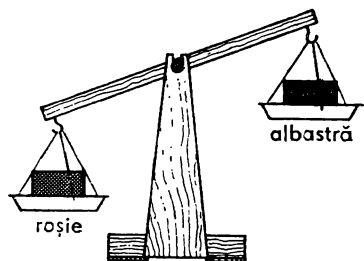
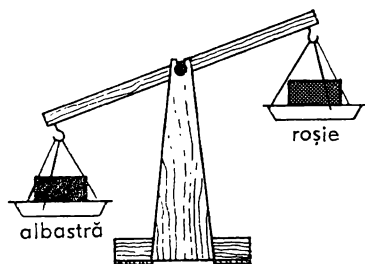
Elevul este întrebât: „*Ține cutia roșie într-o mână și cutia albastră în cealaltă mână. Care cutie cîntărește mai mult (mai puțin), care cutie este mai grea (mai ușoară). Plasați cutiile pe câte un taler al balanței*”.

Sistemul de înregistrare folosește atît desenele, cît și cuvintele scrise. Cîțiva elevi mai mici își vor da seama că ambele desene de mai jos arată cutia albastră, care cîntărește mai mult decît cea roșie.



Ei vor alege desenul care reprezintă identic balanța cu care ei au lucrat. Copiii nu vor putea să deseneze singuri balanța, deci profesorul va trebui să deseneze toate pozițiile posibile și elevii vor discuta activitatea cu profesorul care mai degrabă îndeamnă la acțiune decît îndrumă.

„Desenează un cerc în jurul figurii care arată ce s-a întîmplat cu balanța ta.”



„Bifează cu $\checkmark$ care propoziție este adevărată (corectă)“.

„Înseamnă cu o cruciuliță ($\times$) care propoziție este greșită (nu e corectă)“.

„Cutia albastră ($\square$) este mai grea decât cutia roșie ($\square$)“.

„Cutia roșie ($\square$) este mai ușoară decât cutia albastră ($\square$)“.

„Cutia roșie ($\square$) cântărește mai mult decât cutia albastră ($\square$)“.

„Cutia albastră ($\square$) cântărește mai puțin decât cutia roșie ($\square$)“.

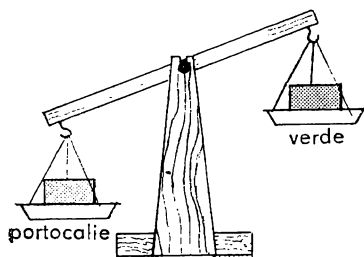
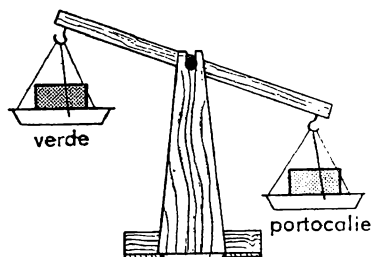
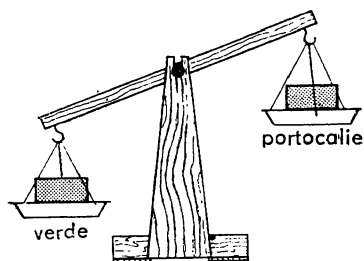
Elevul poate fi apoi întrebat despre ce s-ar întâmpla cu balanța după ce masa cutiilor a fost apreciată în mână.

„Ridică cutia verde într-o mână și cea portocalie în cealaltă mână. Care cutie pare mai ușoară (mai grea)? Dacă cutia verde a fost plasată pe un taler al balanței și cutia portocalie pe celălalt taler al balanței ce s-ar întâmpla cu balanța?“

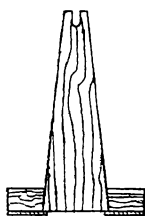
„Desenele arată ce s-a putut întâmpla cu balanța. Încercuiți desenul pe care-l considerați corect. Folosiți balanța pentru a verifica răspunsul“.

A treia variantă care poate fi utilizată pentru înregistrare este puțin mai dificilă.

„Ridică cutia roșie într-o mână și cutia verde în cealaltă mână. Care cutie pare mai ușoară (mai grea)? Dacă cutia roșie ar fi fost plasată pe un taler al balanței și cutia verde ar fi fost plasată pe celălalt taler al



balanței, ce s-ar fi întâmplat cu balanța? Completați desenul balanței pentru a arăta ce s-ar fi întâmplat. Puteți colora cutiile cu creioane. Folosiți balanța pentru a verifica corectitudinea răspunsului”.

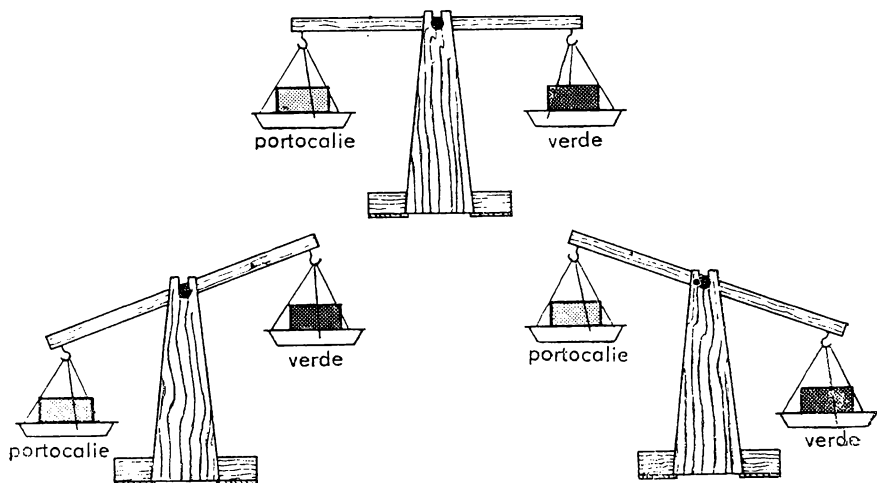


1B Stăpînind folosirea balanței cu mase neegale se utilizează apoi mase egale.

Material. Cinci cutii nr. 1 cu capace conținînd următoarele: 1 albastră + 13 inele; 1 galbenă + 5 inele; 1 roșie + 5 inele; 1 verde + 1 inel; 1 portocalie + 1 inel. Aceste cutii pot fi umplute și cu nisip astfel încît cutiile roșie și galbenă să cîntărească la fel, cea albastră să fie mai grea decît cele roșie și galbenă și cea verde și portocalie să cîntărească la fel, dar să fie sensibil mai ușoare decît cea roșie și galbenă. Cea albastră mai mare decît cea roșie = galbenă mai mare decît cea verde = portocalie.

Procedeul de a pune întrebări este similar cu cel de la 1A și sînt acum introduse cuvintele „cîntărește la fel“, „egale în greutate“. Exemplele celor trei variante de întrebări și de înregistrare sînt de forma:

(i) „Ține cutia portocalie într-o mînă și cutia verde în cealaltă mînă. Care cutie cîntărește mai mult sau par egal de grele (cîntăresc la fel)? Plasăți cutiile pe fiecare taler al balanței. Înconju-rați figura care este corectă.



Bifați cu $\surd$ care propoziție este adevărată (corectă).

Însemnați cu o cruciuliță propoziția greșită (care nu e corectă).

Cutia portocalie ($\square$) cîntărește la fel cu cutia verde ($\square$).

Cutia verde ($\square$) cîntărește mai puțin decît cutia portocalie ($\square$).

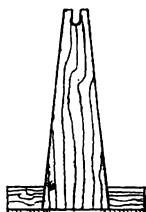
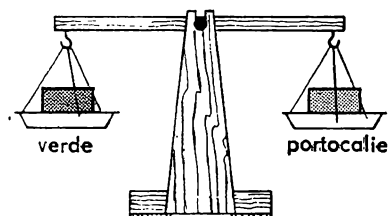
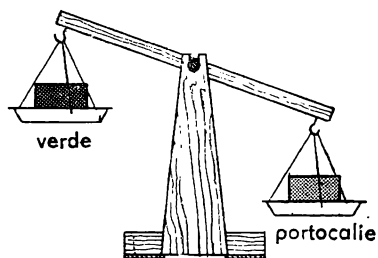
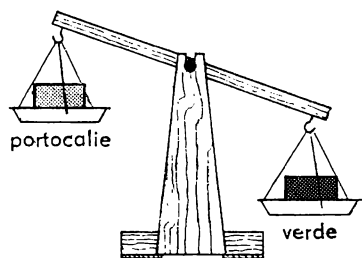
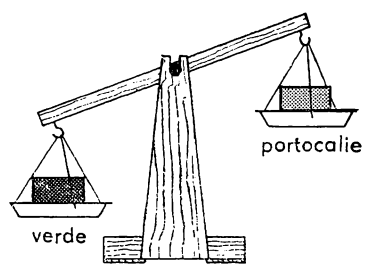
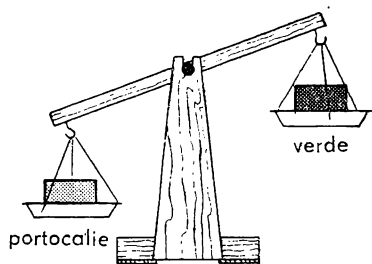
Cutia verde cîntărește la fel cu cutia portocalie.

(ii) Prevăzînd ce s-ar putea întîmpla cu balanța după ce cutiile au fost ținute în mîini.

„Ridică cutia verde într-o mînă și cea portocalie în cealaltă mînă. Care cutie pare mai grea sau ambele par să cîntărească la fel? Dacă cutia verde ar fi plasată pe un taler al balanței și cea portocalie pe celălalt taler, ce s-ar întîmpla cu balanța? Înconjoară desenul corect.”

(iii) Se dau aceleași îndrumări ca în (ii) de mai sus.

„Completați desenul cu balanța astfel încît să arate ce s-ar fi întîmplat. Puteți colora cutiile cu creioane colorate.”



Se introduce acum în munca noastră un grad mai mare de abstrac-tizare deși ne limităm la activitățile de comparare a obiectelor unul cîte unul. Nu vom cere elevilor să plaseze etaloane într-o anumită ordine, deoarece logica cerută pentru aceste operații este prea complexă la acest nivel, dar introducem ideea eliminării succesive și, cu aceasta, termenii cel mai greu și cel mai ușor. Variabila volum, care produce confuzii este observată pentru prima dată și li se cere elevilor să compare mase ale obiectelor, care au volume diferite. În plus față de cutiile opace se folosesc saci sau borcane din plastic cu pereții transparenți, ce conțin materiale de uz casnic. Nu se încearcă să se facă legătura între volum și masă (adică conceptul de densitate). Obiectivul nostru este de a arăta că obiectele de volum mare nu au în mod necesar masa cea mai mare. Totuși, în dorința de a atinge acest obiectiv, am selectat materiale, care plasate în cutii transparente, le umplu într-o proporție mai mare sau mai mică. Această idee de a strînge sau aduna lucruri împreună în interiorul unei cutii pentru a o face mai grea este, desigur, primul pas către înțelegerea conceptului de densitate, dar nu căutați să mergeți mai departe la acest nivel, decît discutînd aceasta cu elevii mai dotați.

Înregistrarea devine mai abstractă, se utilizează mai multe cuvinte și simbolismul ilustrat nu mai este folosit atît de des. În plus, copiii sînt încurajați să interpreteze înregistrările lor și să răspundă la întrebări. Se cere de la copil un anumit nivel de a analiza și reflecta și este încurajat să gîndească la acțiunile sale.

Cutiile și conținutul adecvat sînt descrise în fiecare caz, astfel ca materialul să fie strîns legat de obiectivele exercițiilor, pentru a-i înzestra pe elevi cu observații pline de înțeles, astfel încît să poată răspunde la întrebări.

Paragraful se încheie cu un exercițiu destinat să introducă sortarea și aranjarea. Ordonarea în serie nu este cerută, dar elevii trebuie să sorteze obiectele într-o categorie și apoi să le subgrupeze într-o a doua categorie. Aici încurajăm copiii să discute între ei și cu profesorul despre căile de rezolvare a problemei. Dacă ei sînt lăsați să discute între ei și se utilizează o bandă de magnetofon pentru a înregistra conversația lor, profesorul va avea evidența gîndirii lor.

OBIECTIVE

- (a) Să compare masele obiectelor care au volume diferite.
- (b) Să dezvolte în continuare utilizarea sistemului de înregistrare a datelor.
- (c) Să dezvolte în continuare utilizarea terminologiei.
- (d) Să sorteze și să aranjeze.

2A Elevul trebuie să fie capabil să compare, folosind acum balanța, masele a două obiecte. Următoarea activitate formează mai multe deprinderi și întărește terminologia necesară pentru acest concept. Copilului i se prezintă cinci cutii și i se cere să afle care dintre propozițiile de pe listă este corectă și care este incorectă. Răspunsurile la aceste întrebări formează o metodă naturală de înregistrare. Ca mai înainte, volumul cutiilor este același, dar acum este mai dificil să se perceapă diferența în greutate, deci trebuie utilizată balanța.

Material. 5 cutii nr. 2 cu capace care conțin următoarele: 1 roșie + 6 inele; 1 verde + 4 inele; 1 galbenă + 4 inele; 1 albastră + 2 inele; 1 portocalie + 8 inele.

Se dau copilului cutiile și este întrebat:

„Folosește balanța astfel încât să poți bifa cu ✓ care propoziție este corectă și să însemni cu o cruce × care propoziție nu este corectă:

1. *Cutia roșie cântărește mai mult decât cutia galbenă.*
2. *Cutia verde cântărește mai mult decât cutia albastră.*
3. *Cutia roșie cântărește la fel (are aceeași masă) ca și cutia galbenă.*
4. *Cutia galbenă este mai ușoară decât cutia portocalie.*
5. *Cutia verde are masă egală cu cutia galbenă.*
6. *Cutia galbenă cântărește mai puțin decât cutia albastră.”*

Dacă elevul răspunde cu bine la aceste întrebări i se pot pune altele mai complexe, care îi cer să așeze pe fiecare taler al balanței două sau mai multe cutii. De exemplu:

- „1. *Cutia roșie și cea verde cântăresc împreună la fel ca și cutia albastră și cea portocalie la un loc.*
2. *Cutia portocalie cântărește mai puțin decât cutia verde și cea albastră împreună.*
3. *Cutia roșie și cea portocalie împreună cântăresc mai mult decât cutia verde, cea galbenă și cutia albastră împreună.”*

2B Deși cutiile folosite în acest paragraf sînt de diferite volume și acest fapt va fi adus la cunoștință elevilor prin intermediul sistemului de înregistrare, nu ne vom concentra atenția asupra lui pentru moment. Prin compararea maselor unei cutii cu toate celelalte pe rînd și repetarea acestora pentru fiecare cutie, i se cere elevului în cele din urmă pe baza sistemului de înregistrare să afle care cutie este mai grea și care mai ușoară.

Material

1 cutie roșie nr. 3 + 6 inele; 1 portocalie nr. 2 + 2 inele; 1 albastră nr. 2 + 6 inele; 1 galbenă nr. 1 + 4 inele; 1 verde nr. 1 + 8 inele.

Masa cutiei albastre poate fi ajustată cu material plastic sau nisip pînă ce devine egală cu cea a cutiei roșii.

Elevului i se cere să așeze cutia albastră pe un taler al balanței și cutia verde pe celălalt taler.

„Cutia albastră cîntărește mai mult, este egală în greutate sau cîntărește mai puțin decît cutia verde?”

Rezultatele pot fi înregistrate în modul următor colorînd cutiile cu creioane colorate.

☐ Albastră cîntărește mai puțin decît ☐ verde.

Apoi cutia albastră este cîntărită prin comparație cu cea roșie, portocalie și galbenă pe rînd, astfel încît înregistrarea este alcătuită astfel

☐ albastră cîntărește la fel ca și ☐ roșie

☐ albastră cîntărește mai mult decît ☐ portocalie

☐ albastră cîntărește mai mult decît ☐ galbenă.

Profesorul poate tăia din hîrtie colorată gumată simboluri de hîrtie pentru cutiile colorate. Cele trei volume sînt indicate prin trei mărimi ale desenelor, fiecare realizată să aibă o formă egală cît de aproape posibil cu a cutiei reale. Sistemul de înregistrare poate apoi fi alcătuit de copii prin selectarea corectă a desenelor, cuvintelor și lipirea lor pe un tabel.

Aceasta se repetă pentru celelalte cutii astfel încît elevul se poate uita la tabelul său și răspunde la următoarele întrebări.

1. *Care două cutii cîntăresc la fel?*

2. *Care cutii cîntăresc mai mult decît cutia galbenă?*

3. *Care cutie cîntărește mai mult decît fiecare din celelalte cutii?*

4. *Care este cutia cea mai grea?*

5. *Care cutie cîntărește mai puțin decît fiecare din celelalte cutii?*

6. *Care cutie este cea mai ușoară?*

2C Modalitatea în care o cutie poate fi cîntărită, comparînd-o cu fiecare dintre celelalte pentru a afla care este cea mai grea sau cea mai ușoară, poate fi întărită folosind diferite obiecte. Pentru varietate sugerăm pungi groase din polietilenă umplute cu obiecte familiare, de exemplu boabe de mazăre, macaroane, vată, rumeguș, făină, ceai, nisip, pietricele, bucăți de marmură, piese de la jocurile de construcții pentru copii etc.

Material

1 pungă care conține (120 g) ceai (neîmpachetat)

1 pungă care conține (120 g) orez

1 pungă care conține (90 g) bucățele de vată

1 pungă care conține (150 g) bucățele din marmură

1 pungă care conține (60 g) piese de la jocurile de construcții

Ar fi plictisitor și confuz să se compare masele a mai mult de cinci pungi. Fiecare pungă va fi etichetată în cazul în care conținutul nu se poate recunoaște cu ușurință.

Elevului i se cere să pună punga de ceai pe un taler al balanței și punga cu orez pe celălalt taler:

„Punga cu ceai cîntărește mai mult decît, la fel sau mai puțin decît punga cu orez?”

Elevul poate înregistra rezultatele în propoziții:

Ceaiul cîntărește la fel ca și orezul.

Ceaiul cîntărește mai mult decît vata.

Rezultatul este apoi repetat pentru fiecare pungă în parte, astfel încît elevului i se pot pune întrebări similare cu cele din 2b:

„1. Care pungi cîntăresc mai mult decît vata?”

2. Care pungă cîntărește mai puțin decît toate celelalte?”

3. Care este punga cea mai ușoară?”

2 D Atenția elevului este acum îndreptată către volumul diferit al materialelor, în timp ce se compară masele lor.

Material

5 cutii transparente nr. 3 cu capace;

O cutie trebuie să fie umplută două treimi cu frunze de ceai.

Se toarnă separat mazăre și țințișoare în alte două cutii, astfel încît fiecare să cîntărească tot atît ca și cutia cu ceai.

Se toarnă nisip în cea de a patra cutie pînă ajunge la același nivel (adică același volum) cu mazărea.

Se umple complet ultima cutie cu bucățele din polietilenă.

Cutiile pot fi etichetate cu numele conținutului lor.

I se cere elevului să compare pe rînd volumul și masa frunzelor de ceai cu volumul și masa substanțelor din celelalte patru cutii. Deoarece cutiile, în acest caz, sînt identice, volumul substanței va fi apreciat după nivelul din interiorul cutiei.

„Privește cutia cu frunze de ceai și cutia cu mazăre.”

„Este mai mult ceai decît, la fel sau mai puțin ceai decît mazăre?”

„Cîntărește ceaiul mai mult, la fel sau mai puțin decît mazărea?”

Rezultatele pot fi înregistrate cerînd elevilor să selecteze cuvintele corecte în fiecare dintre următoarele propoziții.

1. Frunzele de ceai ocupă mai mult loc, mai puțin loc, același loc ca și mazărea.

2. Frunzele de ceai cîntăresc mai mult decît, mai puțin decît, la fel ca și mazărea.

3. Frunzele de ceai ocupă mai mult loc, mai puțin loc, același loc ca și nisipul.

4. Frunzele de ceai cîntăresc mai mult decît, mai puțin decît, la fel ca și nisipul.

Frunzele de ceai sînt comparate pe rînd cu bucățelele de polietilenă și cuiele.

2E Sortare și aranjare. Ultima sugestie pentru predare în acest paragraf este legată de sortare și aranjare a maselor și volumelor. Aceasta poate fi realizată în două moduri.

(a) A afla care cutii cîntăresc la fel și apoi a selecta pe acelea care conțin substanțe de volume egale.

(b) A sorta cutiile cu substanțe de volum egal și dintre acestea a descoperi cele care cîntăresc la fel.

În investigația actuală se pot folosi inelele din plastic utilizate în diagramele Venn pentru a ajuta în clasificarea și ordonarea obiectelor.

Material

10 cutii transparente nr. 2 cu capace.

1 plină cu mazăre uscată

2 plină cu mazăre galbenă

3 plină cu linte

4 plină cu orez

5 bucăți de marmură. — trebuie să fie egală în greutate cu 1, 2, 3 și 4

6 plină cu făină

7 plină cu nisip

8 plină cu zahăr

9 2/3 umplută cu ceai

10 1/2 umplută cu cuie

(i) Elevului i se prezintă cele zece cutii și i se cere:

„Folosește balanța pentru a afla care cutie cîntărește la fel ca și cutia cu orez. Scrie o listă cu numele materialelor care se găsesc în aceste cutii“.

„În care dintre aceste cutii materialul ocupă același loc?“

„Scrie numele cutiilor care cîntăresc la fel și în care materialul ocupă același loc“.

(ii) Elevului i se prezintă cele zece cutii și i se cere:

„Sortează cutiile în care materialul ocupă același loc. Scrie o listă a numelor materialelor“.

„Care dintre aceste cutii cîntăresc la fel?“

„Scrie numele cutiilor în care materialul ocupă același loc și care cîntăresc la fel.“

„Scrie numele cutiilor care cîntăresc la fel, dar în care materialele nu ocupă același loc.“

Se pot pune și alte întrebări similare.

Acest exercițiu trebuie discutat cu elevii și ei vor fi capabili să sugereze cum să rezolve problemele. Metoda de înregistrare a rezultatelor de asemenea necesită discuții și este necesar să fie exersată puterea de analiză și inventivitatea copiilor. Rolul profesorului trebuie din nou să fie acela de îndrumător și nu de instructor.

3. CONSERVAREA MASEI

Conceptul de conservare a masei este unul dintre studiile clasice ale lui Piaget și cercetările sale asupra acestui subiect au fost reluate de mulți alții. Experimentul clasic al lui Piaget cere întîi copiilor să constate că două mingi din plastilină au mase egale. Una a fost apoi modelată sub forma de sul fără a pierde din plastilină și s-a constatat că elevii mici își centrează atenția lor pe schimbarea formei și trag concluzia că dacă

este mai lungă cîntărește mai mult decît mingea din plastilină. Cînd se capătă noțiunea de conservare, copiii ignoră această schimbare perceptuală și-și dau seama că masele trebuie să rămînă nealterate — aceasta este „logic“. Astfel copiii caută apoi să explice gîndirea lor și dau motivații de tipul „nimic nu s-a adăugat sau scos, deci ele trebuie să cîntărească la fel“, sau „deoarece se poate schimba înapoi sub forma inițială de minge el trebuie să cîntărească la fel ca și mingea“.

Ignorarea schimbărilor vizuale ale formei în favoarea invarianței logice înseamnă o dezvoltare în conceptualizare și este important ca elevii să experimenteze activități de acest tip în clasă. De notat că elevii reacționează în mod diferit la întrebări legate de materialul folosit pentru deformare, dacă este de tip continuu (de exemplu plastilină, clei, sîrmă etc.) sau de tip discontinuu (de exemplu blocuri de la jocuri puse împreună și apoi înșiruite sub o formă lungă și îngustă). În general copiii par să abordeze întîi conservarea cu obiectele discontinui și de aceea am utilizat acest tip de material la începutul capitolului de predare.

De asemenea am desfășurat activități pentru a determina care procedee de învățare sînt de cel mai mare folos și deși această cercetare nu este concludentă pare să sugereze că, de exemplu, simpla transformare a mingii sub formă de sul și prezentarea maselor sulului și celei de a doua mingi ca rămînînd egale, nu este atît de reușită ca metodă, în care este implicată adunarea și scăderea compensatorie. În această a doua metodă, în care copilul spune că acel sul cîntărește mai mult deoarece este mai lung, profesorul scoate o bucată și pune din nou întrebarea; urmează apoi observația reală folosind balanța. Procedul este repetat prin alungirea unei mingi, întrebînd punctul de vedere al copilului și apoi adăugînd și scăzînd părți din cealaltă minge și continuînd întrebările. Astfel copilul trebuie să facă legătura mintală între concluziile sale și experiențele sale și conflictul între concluzie și observația reală, folosind balanța îl determină să-și reorganizeze gîndirea și încetul cu încetul realizează conservarea. De aceea am inclus în acest capitol această tehnică de adunare-scădere. Aici rolul profesorului este de a menține conversația. El trebuie să discute problema cu copiii, deoarece gradul și tipul de gîndire necesar nu poate fi promovat efectiv prin lucrul cu o schemă sau cu ajutorul cuvintelor scrise, deși întrebările pot fi puse în această ultimă formă ca un stadiu final în paragraf, pentru a verifica gradul de conceptualizare realizat.

OBIECTIVE

- (a) Să încurajeze conservarea folosind obiecte discontinui.
- (b) Să încurajeze conservarea folosind obiecte continui.
- (c) Să încurajeze răspunsurile verbale și explicarea a ceea ce cred.

Testul 4

Aveți nevoie de două mingi de plastilină de volum și mase egale (în jur de 5 cm în diametru); balanță

Folosiți balanța pentru a demonstra că mingile cântăresc la fel.

„Mingile cântăresc la fel sau au mase diferite?”

„Priviți cu atenție”.

4A Întindeți o minge sub formă de sul (în jur de 10 cm lungime)

„Sulul cântărește la fel sau diferit de minge?”

Dacă elevul răspunde *„la fel”*

„De ce afirmi aceasta?”

Dacă elevul răspunde *„diferit”*

„Care cântărește mai mult?”

„De ce afirmi aceasta?”

4B Rulați sulul pînă devine mai lung și mai subțire (în jur de 20 cm lungime)

„Sulul cântărește la fel sau diferit de minge?”

Dacă elevul răspunde *„la fel”*

„De ce afirmi aceasta?”

Dacă elevul răspunde *„diferit”*

„Care cântărește mai mult?”

„De ce afirmi aceasta?”

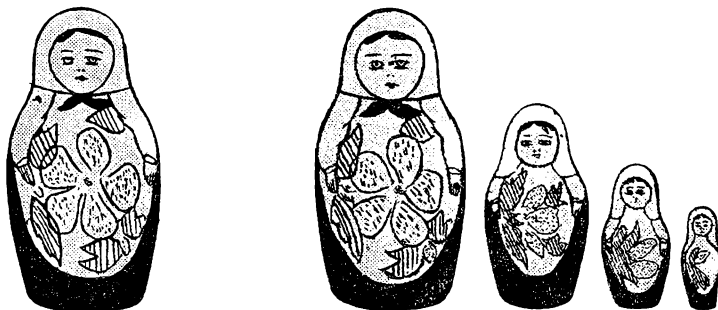
Testul 5

Aveți nevoie de două păpuși rusești Mariușka; balanța

Introducînd plastilină în interiorul unei păpuși asigurați-vă ca cele două păpuși să fie egale în greutate.

Plasați cele două păpuși pe masă și demonstrați, folosind balanța, că ele sînt de mase egale.

„Cele două păpuși cântăresc la fel?”



„Priviți cu grijă“.

Luați păpușile de pe talerele balanței. Plasați o păpușă pe masă. Deschideți-o pe cealaltă și scoateți cele trei păpuși mai mici.

„Aceste păpuși împreună (indicați grupa A de patru păpuși) cântăresc la fel ca această păpușă (indicați păpușa B) sau au mase diferite?“

Dacă elevul răspunde *„la fel“*

„De ce afirmi aceasta?“

Dacă elevul răspunde *„diferite“*

„Care cântărește mai mult?“

„De ce afirmi aceasta?“

Testul 6

Aveți nevoie de un bloc galben de la jocul de construcții Lego; un altul roșu (ambele de dimensiuni egale, cu mase egale prin adăugirea de plastilină în cavitatea blocului galben).

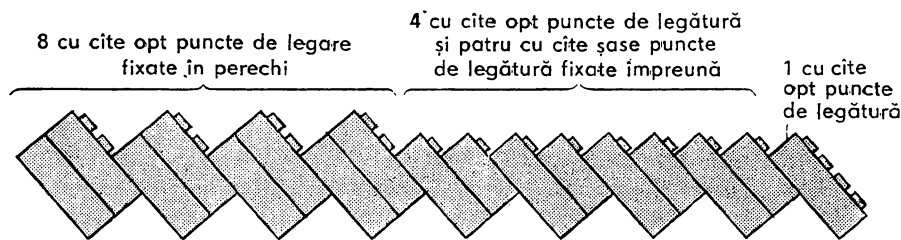
Blocul galben constă dintr-o piesă mare și 8 blocuri cu câte opt proeminențe-puncte de legare de la jocul de construcții (Lego), cel roșu din 13 blocuri cu câte opt puncte de legare și 4 blocuri cu câte șase puncte de legare de la jocul de construcții.

„Priviți cu atenție“.

Folosiți balanța pentru a demonstra că cele două blocuri cântăresc la fel.

„Blocurile cântăresc la fel?“

Schimbați forma blocului roșu într-una alungită.



„Forma roșie cântărește la fel ca și blocul galben sau cântărește diferit?“

Dacă elevul răspunde *„la fel“*

„De ce afirmi aceasta?“

Dacă elevul răspunde *„diferit“*

„Care cântărește mai mult?“

„De ce afirmi aceasta?“

Testul 6 (partea a II-a)

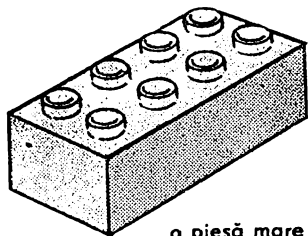
Aveți nevoie de un bloc galben; unul albastru de la jocul de construcții (ambele de dimensiuni egale, de mase egale prin adăugarea de plastilină în cavitatea blocului galben)

„Priviți cu atenție“.

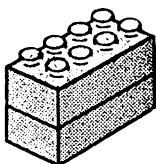
Folosiți balanța pentru a demonstra că cele două blocuri cîntăresc la fel.

„Cîntăresc cele două blocuri la fel?“

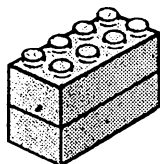
Desfaceți blocul albastru în 7 piese. [De notat că ele sînt de dimensiuni diferite.]



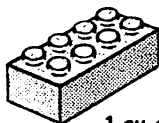
o piesă mare



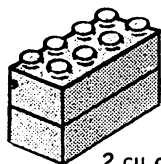
2 cu cîte opt puncte de legătură



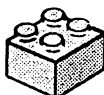
2 cu cîte opt puncte de legătură



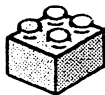
1 cu opt puncte de legătură



2 cu cîte opt puncte de legătură



1 cu patru puncte



1 cu patru puncte

„Toate aceste piese albastre împreună (indicați-le) cîntăresc la fel ca și blocul galben (indicați) sau cîntăresc diferit?“

Dacă elevul răspunde „la fel“

„De ce afirmi aceasta?“

Dacă elevul răspunde „diferit“

„Care cîntărește mai mult?“

„De ce afirmi aceasta?“

ÎNREGISTRARE PENTRU FIECARE DINTRE 4A, 4B, 5, 6A ȘI 6B PE RÎND

Ambele obiecte au aceeași masă deoarece au fost la fel de la început, sau pentru că nimic nu s-a adăugat sau scos sau pentru că unul are aceleași bucăți ca și celălalt ✓

Ambele obiecte au aceeași masă deoarece unul este mai lung dar celălalt este mai lat ?

Un obiect este mai greu deoarece este mai lung, mai lat, mai compact, are mai multe părți ×

Oricare alt răspuns, la întîmplare ×

(v. testul 7)

Etaşa 4. Întrebările pun pe copii în situaţia de a face o alegere şi în eşantionul nostru un mare număr de elevi (50% de şapte ani; 35—40% de opt ani şi 20—30% de nouă ani) arată că nu au prea înţeles conservarea masei în acest test. Marea majoritate dau o justificare vizuală pentru alegerea lor, de exemplu sulul a fost mai greu, deoarece a fost mai lung sau mingea a fost mai grea deoarece a fost mai lată. Cu atât mai mult pentru sulul mai subţire şi mai lung, elevii nu au reuşit să înţeleagă conservarea (60—70% de şapte ani, 40% de opt ani). Cu alte cuvinte copii, care în mod aparent aveau o noţiune de conservare în prima parte a etapei, s-au răzgîndit în momentul în care caracteristica vizuală a devenit mai evidentă. Dacă un copil conservă masa într-o situaţie nu este garantat că el va conserva şi în viitor.

Etaşa 5. Din nou un mare număr de elevi au considerat că grupul de patru păpuşi a fost mai greu decît o singură păpuşă, deoarece erau mai multe; au fost date o serie de motivaţii pentru ceea ce ei cred, deoarece acestea au fost caracteristicile dominante. Cu alte cuvinte „mai mult“ înseamnă „mai greu“ şi nu s-a mai aplicat altă logică. De foarte multe ori elevii nu au putut explica concluziile la care au ajuns şi au oferit explicaţii care mai degrabă au servit scopului de a da o justificare, decît a se baza pe logică.

Etaşa 6. Alţi cercetători au arătat că conservarea obiectelor discontinui este mai uşor de atins decît conservarea obiectelor continui. Rezultatele noastre confirmă aceasta, dar cazurile de eşec sînt destul de multe, 40% dintre copii de şapte ani, 30% de opt ani şi unii de nouă ani nu au reuşit să conserve masa cînd blocurile de la jocul de construcţii au fost aşezate alungit. Succesul a crescut cînd unul dintre blocuri a fost desfăcut în piese (a doua parte a testului) şi a fost posibil ca aceasta să determine pe mulţi dintre elevi să gîndească în termenii reconstruirii blocului în forma sa iniţială. Ideea reversibilităţii este importantă în conservare şi astfel am inclus activităţi practice desemnate să încurajeze acceptarea acestei noţiuni în sugestiile noastre pentru predare.

CÎTEVA SUGESTII PENTRU PREDARE

3A Material: blocul roşu şi blocul albastru de la jocul de construcţii (Lego) din etapa impusă 6 şi blocurile galbene cu 8 puncte de legare. Blocurile roşu şi albastru trebuie să fie de dimensiuni şi mase egale (ca în etapa impusă 6). Elevului i se cere să pună formele roşie şi albastră pe balanţă şi să constate că ele au mase egale. Forma albastră este apoi alungită şi se întrebă elevul:

„Forma albastră cîntăreşte mai mult, tot atît, mai puţin decît forma roşie?”

„De ce afirmi aceasta?”

Dacă elevul spune „cea albastră cîntărește mai mult, deoarece este mai lungă” piesa galbenă se adaugă la cea roșie și se repetă întrebarea. Urmează demonstrarea cu ajutorul balanței. Prima parte a experimentului este repetată și dacă răspunsul este același se scoate o piesă din figura albastră alungită și întrebarea este din nou urmată de demonstrarea cu ajutorul balanței. Aceste operații de adunare și scădere a pieselor urmate de răspunsurile elevilor, împreună cu observația reală asupra balanței, ia ceva timp, și nu trebuie repetate la infinit în orice ocazie.

3B În exercițiul următor elevului i se cere din nou să pună formele roșie și albastră pe balanță și să observe că ele au aceeași masă.

(i) Se fixează un bloc galben pe forma roșie.

„Forma roșie împreună cu piesa galbenă cîntărește mai mult, la fel sau mai puțin decît forma albastră?”

„De ce afirmi aceasta?”

„Folosește balanța pentru a vedea dacă ai răspuns corect”.

Această activitate poate fi repetată prin adăugarea a trei piese galbene la forma roșie și trei piese galbene la forma albastră pentru a-i mări lungimea.

Se pot utiliza mai multe variante a acestei idei, dacă elevul are nevoie de mai multă practică.

(ii) Odată admis că blocul roșu cîntărește la fel ca și blocul albastru, o formă poate fi desfăcută în piese ca în etapa impusă 6.

3C Material: Două cutii mari nr. 4, diferit colorate

Cutia roșie este umplută cu 5 obiecte, de exemplu o linguriță, o pungă de polietilenă, cu mazăre, o pungă de polietilenă cu mărunțișuri, o bucată de marmură și un pachet cu cretă.

Cutia galbenă este umplută cu patru obiecte, de exemplu o legătură cu chei, o gumă mare, o pungă de polietilenă cu ceai, o pungă de polietilenă cu linte.

Cutia roșie cu cinci obiecte trebuie să cîntărească la fel ca și cutia galbenă cu patru obiecte.

(i) Aceasta este demonstrat cu ajutorul balanței ca și în etapa impusă 5, se scoate capacul unei cutii și obiectele sînt împrăștiate.

„Toate acestea împreună (indicați cutia roșie și conținutul ei) cîntăresc mai mult, la fel, sau mai puțin decît cutia galbenă?”

„De ce afirmi aceasta?”

„Folosește balanța pentru a vedea dacă ai dreptate”.

(ii) Se scot obiectele din cutia galbenă și întrebările se repetă.

(iii) Lingurița din cutia roșie poate fi plasată alături de conținutul cutiei galbene și întrebările repetate etc.

Din nou scoaterea și adăugarea uneia sau a două piese face pe copil să-și dea seama că egalitatea numărului de obiecte în ambele cutii nu explică egalitatea în greutate.

3D Material: Două mingi din plastilină și o mică cantitate de culoare contrastantă, de exemplu albă.

Copilului i se cere să confecționeze două mingi de plastilină care cîntăresc la fel, atunci cînd se pun fiecare pe cîte un taler al balanței.

(i) Se cere să plaseze mingile pe masă și să transforme una într-un sul.

„Mingea cîntărește mai mult decît, la fel sau mai puțin decît sulul?”

„De ce afirmi aceasta?”

„Folosește balanța pentru a vedea dacă ai dreptate. Plasează mingea pe un taler al balanței și sulul pe celălalt taler.”

Acest procedeu de a pune întrebări și a verifica cu ajutorul balanței poate fi repetat după următoarele schimbări.

(ii) Schimbă a doua minge într-un sul.

(iii) Transformă din nou sulul într-o minge.

(iv) Întinde o minge într-o formă pentru prăjituri.

(v) Schimbă-le pe amîndouă în mingi.

(vi) Scoate o bucată de plastilină dintr-o minge.

(vii) Pune la loc bucata de plastilină.

(viii) Adaugă la o minge o bucată mică de plastilină albă.

(ix) Scoate bucata de plastilină albă.

(x) Transformă a doua minge într-un sul și adaugă o bucată de plastilină albă la prima minge.

(xi) Schimbă a doua minge într-o formă pentru prăjituri și scoate o bucată de plastilină din ea.

Se pot indica mai multe exerciții pentru conservare, folosind o serie de obiecte, de exemplu piese din plastic sau metalice, piese de angrenaj din plastic sau bucăți din lemn, care se potrivesc pentru reconstituirea unui tablou dintr-un joc. Există multe jucării care se angrenează și care pot fi adoptate pentru acest scop.

Două obiecte similare pot fi confecționate din oricare dintre materialele menționate mai sus și unul poate fi comparat cu o anumită cutie cîntărită, de exemplu nr. 6 umplută cu inele sau nisip.

3E. În acest paragraf elevul este instruit să considere un număr egal de blocuri de la jocul de construcții și să verifice cu ajutorul balanței, dacă ele cîntăresc la fel. După ce s-au construit cu ele diferite forme se pun întrebări pentru a se vedea dacă elevul înțelege că masa a rămas aceeași indiferent de formă.

Material. 24 blocuri albastre, 24 roșii și 24 blocuri cu cîte opt puncte de legătură sau oricare blocui similare, care sînt egale în greutate.

Elevului i se cere să ia în considerație 12 blocuri și să le plaseze pe talerul unei balanțe și să pună celelalte 12 pe celălalt taler. Elevul este apoi întrebat dacă fiecare grămadă de 12 blocuri cîntărește la fel. Aceasta se repetă cu șase grupuri de douăsprezece blocuri.

„Folosește toate cele douăsprezece forme din prima grămadă pentru a constitui o formă lungă și îngustă”.

„Folosește toate cele douăsprezece forme din a doua grămadă pentru a constitui o formă scurtă și lată”.

„Folosește toate cele douăsprezece forme din cea de a treia grămadă pentru a constitui o formă înaltă“.

„Folosește toate cele douăsprezece forme din cea de a patra grămadă pentru a constitui o construcție sub formă de T.“

„Folosește toate cele douăsprezece forme din cea de a cincea grămadă pentru a constitui o construcție sub formă de $\sqsubset$.“

„Folosește toate cele douăsprezece forme din cea de a șasea grămadă pentru a constitui oricare altă formă.“

Elevilor li se pot pune întrebări de tipul următor:

(i) „Forma lungă, îngustă (indicați-o) cântărește mai mult, la fel sau mai puțin decât forma scurtă, lată?“

„De ce afirmi aceasta?“

„Folosește balanța pentru a constata că ai dreptate“.

(ii) „Poate fi forma T schimbată într-o formă lungă, îngustă, care să cântărească la fel ca și aceasta (indicați forma lungă, îngustă deja construită)?“

„Arată-mi.“

„Folosește balanța pentru a constata că ai dreptate.“

4 FOLOSIREA UNITĂȚILOR DE MĂSURĂ

În activitatea de pînă acum elevii au comparat perechi de mase. Acum introducem noțiunea de unitate și cerem copiilor să afle masa obiectelor utilizînd aceste unități. Deoarece dorim ca elevii să stăpînească ideea că unitățile sînt obiecte, care au toate aceeași masă, nu introducem unitatea standard de la început, dar utilizăm unele confecționate acasă, care permit elevului mai mult sau mai puțin să facă investigații semnificative. Se folosesc trei exemple de unități, care sînt convenabile în clasă:

1 Inele: acestea sînt inelele folosite mai înainte. Zece dintre acestea cîntăresc aproximativ 80 grame.

2 Blocurile de la jocul de construcții: opt de tipul cu opt puncte de legătură grupate împreună formează o unitate convenabilă cîntărind aproximativ 20 grame. (Jocurile de cuburi grupate în mod similar sînt o alternativă convenabilă blocurilor care se angrenează.)

3 Bucăți de marmură: acestea nu sînt practice în clasă, dar pot servi acestui scop.

Cutiile sînt umplute cu grijă de către profesor și după activitatea practică se pun elevilor întrebări pentru a-i determina să examineze, analizeze și să facă interpretări pe baza înregistrărilor lor. Activitatea practică de această formă se poate dezvolta într-o activitate care cere gîndire din partea elevului și ca urmare interpretările de acest tip sînt importante. Se pare că mulți elevi de vîrstă mai mică nu cunosc conceptul de unități de fracții (de exemplu a unui kilogram) și nu înțeleg termeni ca „de două ori mai greu“, „de trei ori mai greu“ etc. Folosind încă odată

cutii umplute în mod corespunzător și cutii cu blocuri de la jocurile de construcții se pot ataca aceste concepțe.

Deoarece grupurile de copii folosesc aceste „unități” diferite și încercă să compare masele cutiilor umplute, se pot isca discuții asupra necesității unei unități standard universale. În acest moment se introduc gramul și kilogramul. Acest paragraf este completat prin compararea maselor standard însemnate cu $1/2$ kilogram și $1/4$ kilogram, cu echivalentul lor în grame. În cele din urmă obiectele sînt cîntărite în grame și kilograme și copiii utilizează pentru prima dată cîntarul de bucătărie, cîntarul pentru baie (marcat în kilograme și grame) și cîntarul cu cadran pentru bucătărie (cîntar cu comprimare). De notat că nu se încercă să se explice cum lucrează ultimele două tipuri de cîntare, copiii compară mai degrabă numerele citite cu valoarea maselor cunoscute, care sînt plasate pe cîntare. De notat de asemenea că balanța cu arc (balanța romană) nu este încă introdusă.

OBIECTIVE:

- (a) Să se introducă și să se țină seama de raportul dintre unitățile de masă.
- (b) Să se țină cont de fracțiuni de mase și de terminologia simplă.
- (c) Să se introducă unitatea de masă standard.
- (d) Să-i devină elevului familiară utilizarea procedeelor obișnuite de cîntărire.

MATERIAL IMPUS

Testul 7

Aveți nevoie de două cutii nr. 1 colorate în verde și portocaliu; 10 inele [unități de greutate]; balanță.

Cutia portocalie este umplută cu 5 inele, astfel încît ea cîntărește cît 7 inele; cea verde este umplută cu 12 inele, astfel încît ea cîntărește cît cîntăresc 14 inele.

Plasați cutia portocalie și masele unități pe masă în fața elevului.

„Cîntărește această cutie portocalie folosind acestea (indicați masele unități). Află cîte dintre acestea (indicați masele unități) cîntăresc la fel ca și cutia portocalie.”

Dacă elevul nu este capabil să opereze, sfîrșiți etapa.

Altfel procedat.

„Cîte dintre aceste inele (indicați unitățile de masă) cîntăresc la fel ca și cutia portocalie?”

Arătați cutia verde, care cîntărește mai mult.

„Aceasta cîntărește de două ori mai mult decît cutia portocalie: cîte dintre aceste inele (indicați masele unități) vor cîntări la fel ca și cutia verde?”

Dacă elevul ezită repetați întrebarea.

Dacă elevul dă un răspuns incorect sau nu răspunde, sfîrșiți testul.
Altfel procedat:

„Folosiți balanța pentru a afla dacă răspunsul este corect. Aflați dacă cutia verde cîntărește paisprezece inele“.

Dacă elevul ezită repetați întrebarea.

Dacă elevul nu este capabil să opereze sfîrșiți etapa.

Dacă elevul plasează cutia verde pe un taler și cutia portocalie și
7 unități pe celălalt taler al balanței:

„Cutia verde cîntărește de două ori mai mult decît cutia portocalie?“

Dacă elevul răspunde „Nu“, sfîrșiți testul.

Dacă elevul răspunde „Da“

„De unde știi?“

[Notă: la 7c i se dau elevului numai 10 testul.]

ÎNREGISTRARE

7a A cîntărit corect cutia portocalie — 7 inele	✓
Oricare alt răspuns sau nu a fost capabil să opereze	×
7b Cutia verde trebuie să cîntărească cît 14 inele	✓
Cutia verde trebuie să cîntărească cît 9 inele	×
Oricare alt răspuns, fără răspuns sau etapă abandonată	×
7c A plasat cutia verde pe un taler al balanței, cea portocalie + 7 inele pe celălalt taler raționînd corect	✓
A plasat cutia verde pe un taler al balanței, cea portocalie + 7 inele pe celălalt taler, raționînd incorect sau fără raționament	?
Nu a fost capabil să opereze cu succes sau etapă abandonată după 7b	×
(r. testul 8)	

INTERPRETARE

Această etapă testează principiile de bază ale unităților de măsură. În prima parte noi cerem copiilor să afle cîte unități au masa egală cu cea a cutiei portocalii. Pe la vîrsta de 8 ani 90% dintre elevi sînt capabili să execute această măsurătoare relativ simplă, dar elevii mai mici au putut să execute acest exercițiu numai prin adăugarea la întîmplare a unor grupuri de unități, pînă cînd au descoperit numărul corect. Primul pas în gîndirea rațională este descoperirea, deci este mai bine să se realizeze aceasta prin adăugare de unități izolate de masă, pe rînd. Partea a doua a etapei examinează mai degrabă înțelegerea termenului „de două ori mai greu“. Chiar și la nouă ani cam 30% din eșantionul nostru nu a putut să răspundă la această etapă (70% dintre cei de șapte ani nu au reușit). De două ori a fost deseori asociat cu cifra doi și mulți elevi au adăugat simplu doi la masa precedentă pentru a obține un

răspuns. În cele din urmă testul examinează abilitatea elevilor de a folosi descoperirile lor precedente într-o situație nouă. Ei trebuie să-și reamintească aici că o cutie este echivalentă în greutate cu șapte unități în scopul de a ajunge la o soluție. Acest transfer de informații de la o situație la alta cere un grad de analiză mintală care depășește pe cea a elevilor mai mici. Numai cam 10% dintre copiii noștri de șapte ani pot răspunde la aceasta și deși cifrele se ridică în mod constant cu vârsta, cifra de succes a ajuns la numai 55% la vârsta de zece ani. Aceste descoperiri împreună cu altele obținute în paragraful următor arată necesitatea pentru această vîrstă a unui număr mare de activități la un nivel operațional concret.

Sugestiile noastre pentru predare din următorul paragraf pot apărea destul de simple dar din cercetarea noastră reiese profitul de care beneficiază prin aceste activități mulți dintre elevii de vîrstă între șase și opt ani.

CÎTEVA SUGESTII PENTRU PROFESOR

Ca și în celelalte concepte, unitățile standard nu sînt introduse imediat. Din punct de vedere fizic o unitate poate fi orice masă, atîta timp cît este folosită în mod constant. Unitățile standard de gram și kilogram * pot fi introduse într-un stadiu ulterior după ce elevii au mînuit unități diferite.

4A

Folosirea unităților întregi

Material. Cinci cutii colorate nr. 2; cinci cutii colorate nr. 1; 30 inele.

Fiecare cutie poate fi etichetată cu o literă A, B, C, D etc. și umplută cu nisip astfel încît o cutie să cîntărească cît cîntăresc șase inele, trei să cîntărească la fel ca și cinci inele, cinci să cîntărească la fel cît patru inele și una să cîntărească la fel cît trei inele.

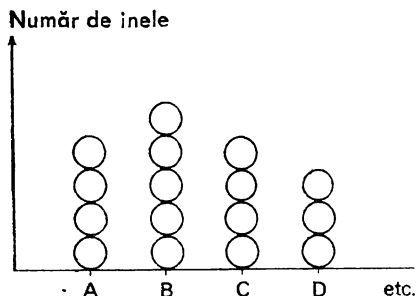
Elevului i se cere să plaseze cutia A pe un taler al unei balanțe și apoi să pună inelele, deodată, pe celălalt taler pînă ce brațul balanței este în echilibru.

„Cîte inele cîntăresc la fel ca și cutia A?”

Acest procedeu este repetat pentru celelalte cutii. Rezultatele pot fi înregistrate sub forma unui grafic bloc cu discuri de hîrtie, care se lipesc sau piese dreptunghice din hîrtie gumată, care să reprezinte un inel.

Elevii pot să interpreteze graficul bloc răspunzînd la întrebările de tipul sugerat pe pagina 114. Această interpretare este importantă deoarece încurajează elevii să gîndească și să analizeze activitățile lor practice.

* Unitate legală în SI.



- „1. Câte cutii cîntăresc la fel cît cinci inele?
2. Care cutie cîntărește cel mai mult? Cîte inele cîntărește?
3. Care alte cutii cîntăresc la fel ca și cutia A?
4. Care este cutia cea mai ușoară? Cîte inele cîntărește?”

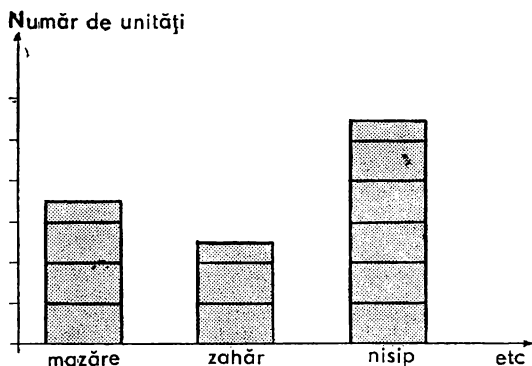
Se pot formula mai multe variații pentru această activitate cu unități întregi. Cutii transparente sau pungi din plastic pot fi umplute cu o serie de lucruri, ca de exemplu zahăr, șuruburi etc. la acest nivel pachetele cu mâncare pe care sînt marcate masele în grame trebuie evitate, deoarece ele pot cauza confuzii.

4B

Folosirea unităților întregi și a jumătăților de unități

Material. Cinci cutii nr. 2 transparente; joc de construcții (sau piese care se angrenează). Unitățile sînt constituite din blocuri de la jocul de construcții sau blocuri similare care se angrenează. Numărul de piese necesare pentru a forma o unitate depinde de balanța utilizată. Cînd unitatea este plasată pe un taler al balanței brațul balanței trebuie să se miște considerabil. Am considerat patru blocuri cu cîte opt puncte de legătură de la jocul de construcții potrivite a fi unitatea întreagă. Două piese legate sînt folosite ca jumătate de unitate.

Profesorul trebuie să construiască șase unități întregi și patru jumătăți de unități și apoi să umple cutiile transparente cu diferite substanțe, astfel încît ele să fie de mase convenabile, de exemplu: 1. o cutie de mazăre = $3 \frac{1}{2}$ unități, 2. o cutie cu zahăr = $2 \frac{1}{2}$ unități; 3. o cutie cu nisip = $5 \frac{1}{2}$ unități, 4. o cutie cu cuie = 7 unități; 5. o cutie cu orez = $3 \frac{1}{2}$ unități. Cutia cu cuie este umplută în mod deliberat astfel încît elevul să trebuiască să folosească 6 unități întregi și două jumătăți de unități, pentru a afla masa sa. Din nou se poate folosi graficul bloc pentru a înregistra rezultatele și se pun întrebări pentru a-i determina pe elevi să interpreteze acțiunile lor.



1. Cutia cu nisip cîntărește ... unități întregi și ... jumătăți de unități.
 2. Care cutie cîntărește $2 \frac{1}{2}$ unități?
 3. Cît cîntărește cutia cu orez?
 4. Cît cîntărește cutia cu cui?
 5. Care este cutia cea mai ușoară?
- Această activitate poate fi extinsă la includerea $\frac{1}{4}$ unități.

4C Material. 14 inele; cinci cutii colorate nr. 1 umplute cu nisip. Cutia roșie = 4 inele; cea albastră = 8 inele; cea verde = 2 inele; cea portocalie = 6 inele; cea galbenă = 12 inele.

Elevului i se dau 14 inele și cutiile și i se cere să răspundă la următoarele întrebări. (Nu se utilizează acum un grafic bloc, deoarece în acest caz elevii pot să afle rezultatele aritmetic.)

1. Cîte inele cîntărește cutia roșie?
2. Care cutie cîntărește de două ori mai mult decît cutia verde? .. Cît cîntărește?
3. Care cutie cîntărește jumătate ($\frac{1}{2}$) din cît cîntărește cutia galbenă? Cît cîntărește?
4. Care cutie cîntărește de trei ori mai mult decît cutia roșie? ... Cît cîntărește?

4D Elevii vor avea acum destulă practică în folosirea diferitelor unități de masă și recomandăm introducerea unităților standard. În prima parte a acestui exercițiu elevul este îndrumat să descopere cîte grame sînt echivalente cu 1 kg, $\frac{1}{2}$ kg și $\frac{1}{4}$ kg folosind balanța cu brațe egale. Aceasta este apoi reîntărită prin cîntărire, folosind cîntarul de bucătărie cu compresie.

(i) **Material.** Articole casnice sau cutii umplute cu diferite obiecte, cîntărite și marcate în mod clar 1 kg; $\frac{1}{2}$ kg; $\frac{1}{4}$ kg.

Masele corpurilor sînt marcate în grame: două de 500 g, una de 200 g, una de 100 g; una de 50 g; două de 20 g; una de 5 g.

Elevul este îndrumat să pună 1 kg de obiecte pe un taler al balanței și să afle câte grame (g) cîntăresc tot atît cît 1 kg. Aceasta se repetă pentru 1/2 kg și 1/4 kg de obiecte.

Completați următoarele:

3/4 kg este egal în greutate cu ... grame (g)

5 kg este egal în greutate cu ... grame (g).

(ii) *Material.* Mase grame ca mai sus; cinci cutii umplute cu nisip etichetate în felul următor: una roșie = 1/4 kg; albastră = 1/2 kg; verde = 3/4 kg; galbenă = 1 kg; portocalie = 1 1/4 kg. Un cîntar de bucătărie cu compresiune (trebuie să se aplice o bucată de hîrtie pe cadran astfel ca să nu se poată vedea gradațiile, dar indicatorul să fie vizibil).

Această activitate are ca scop reîntărirea relației între grame și kilograme. Elevului i se cere să plaseze cutia albastră pe un taler și să marcheze poziția indicatorului cu o carioca sau creion albastru pe hîrtia care acoperă cadranul. Aceasta se repetă cu celelalte cutii marcînd cu un creion roșu pentru cutia roșie, cu creionul verde pentru cutia verde etc. Elevului i se dau apoi masele grame și i se cere să completeze următoarele propoziții:

1. *Cutia albastră cîntărește ... g (grame).*

2. *Cutia roșie cîntărește ... kg (kilograme).*

3. *Cutia verde și cutia ... împreună cîntăresc la fel ca și cutia galbenă.*

4. *De două ori masa cutiei portocalii este ... kg (kilograme).*

5. *Jumătate din masa cutiei albastre este ... g (grame).*

6. *Cîte cutii roșii egalează masa cutiei galbene?*

Se pot pune multe întrebări de acest tip așteptînd răspunsuri, care să includă atît grame cît și kilograme. Deoarece nu se dă elevului nici o masă de un kilogram, el trebuie să completeze kilogramele cu grame în scopul de a ajunge la un rezultat.

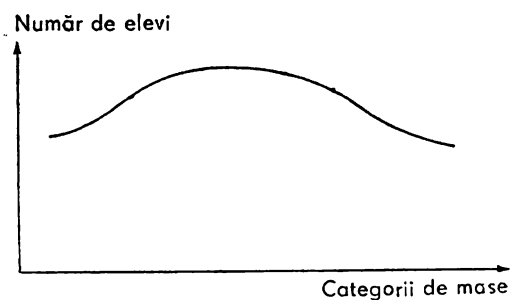
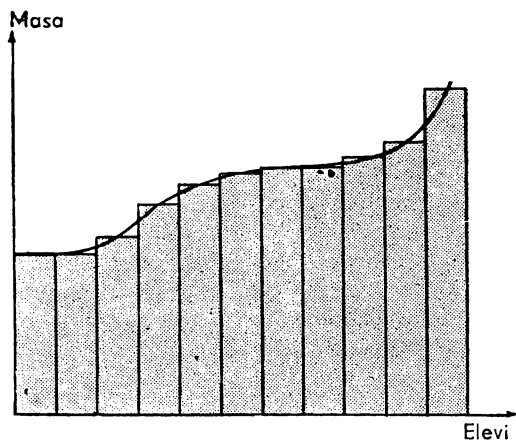
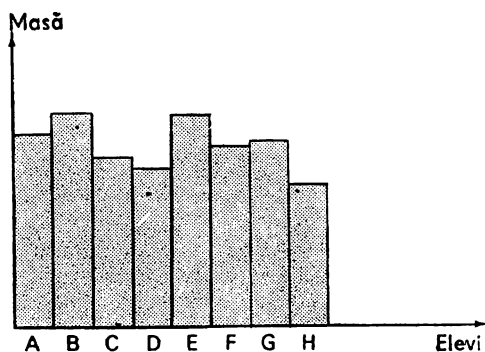
CÎTEVA SUGESTII PENTRU ACTIVITATEA URMĂTOARE

1. Cîntărirea de obiecte mai grele cu etaloane-kilogram folosind balanța cu brațe egale, care are cupe.

2. Măsurarea maselor elevilor din clasă folosind cîntarul de baie. Fiecare elev este identificat cu un număr sau o literă și masa lui este reprezentată printr-un număr de blocuri de la jocul de construcții sau blocuri unități similare sau o lungime a unei benzi de lipit. Apoi este posibil să se construiască un grafic (A se vedea primul grafic de pe pag. 117).

Dacă aceste înregistrări se rearanjează astfel ca graficul să ia forma celui de-al doilea grafic de pe pag. 117 atunci se poate discuta ideea de masă medie și clasificarea unui număr de elevi de o anumită vîrstă. Se poate apoi schița un al treilea grafic în termenii grupării după categorii de mase. (A se vedea cel de-al treilea grafic de pe pagina 117).

3. Se pot cîntări diferite animale adulte. Se vor alege cîntare potrivite pentru masa și mărimea animalului.



4. Se poate verifica masa pachetelor cu mâncare. Aceasta poate conduce la o discuție distractivă.

5. Cântărirea materialelor necesare la prepararea unei prăjituri etc., de asemenea este indicată aici.

5 FOLOSIREA ELEMENTELOR DE LOGICĂ ȘI REZOLVAREA DE PROBLEME

(Trebuie avut grijă ca toate cutiile folosite în acest paragraf să fie umplute corect.) Acest paragraf are ca scop nu numai dezvoltarea conceptului de masă, dar încearcă să încurajeze elevii să folosească cunoștințele lor și activitatea mintală pentru a rezolva probleme, care urmăresc anumite observații practice. Cu alte cuvinte soluțiile la aceste exerciții se obțin nu numai pe baza observațiilor, ci în plus elevii trebuie să se gândească la acțiunile lor, să înmagazineze informații și să facă legătura între toți biții de informație, în scopul de a ajunge la o soluție. Acest nivel de dezvoltare este numit de Piaget „stadiul operațiilor logice” și atunci când elevul ajunge la un nivel mai înalt al gândirii analitice, aceste activități simple care încurajează acest mod de gândire sînt importante la acest nivel. De aceea, aici mai folosim încă balanța cu brațe egale și cutiile umplute cu diferite materiale, dar în scopul de a evita confuziile cu activitatea precedentă am schimbat tipul de cutii utilizate. Folosim acum în mod frecvent cutii de diferite volume introducînd un element nou în stadiul dezvoltării conceptuale. Un elev care și-a însușit bine conceptul de masă pînă la acest stadiu nu va fi distras de acest nou element și va fi capabil să se concentreze asupra problemelor referitoare la masă. Nici una dintre problemele puse nu va fi rezolvată prin încercări sau activități practice eronate. Se ajunge la soluții numai prin raționament. Răspunsurile, desigur, pot fi verificate prin observații directe, însă acesta nu este scopul real al exercițiului.

Încărcarea cu grijă a cutiilor este importantă și în paragraful nostru de îndrumări am dat multe detalii despre tipul de cutie folosit și încărcătura aproximativă în fiecare caz.

OBIECTIVE

Să se prezinte probleme actuale despre masă, care-l ajută pe elev să ajungă la un rezultat folosind mai degrabă logica decît încercarea și eroarea.

MATERIALUL IMPUS

Testul 8

Aveți nevoie de trei cutii: nr. 6 colorată în verde umplută cu 5 inele; nr. 9 colorată în roșu umplută cu 4 inele; nr. 10 colorată în galben umplută cu 3 inele.

Masa lor se ajustează cu plastilină astfel încît să fie egală.

Plasați cele trei cutii pe masă, cu cea roșie în mijloc.

„Priviți cu grijă”.

Plasați cutiile verde și roșie pe cîntar, fiecare pe cîte un taler.

„Este masa cutiei verzi la fel cu masa cutiei roșii?”

Replasați cutia verde pe masă, lăsînd cutia roșie pe talerul balanței.
„*Privește din nou*“.

Plasați cutia galbenă pe talerul gol al balanței.

„*Este masa cutiei galbene la fel cu masa cutiei roșii?*“

Plasați cutia galbenă lîngă cutia verde de pe masă, lăsînd cutia roșie pe talerul balanței. Nu i se permite elevului să mînuiască cutiile.

„*Cutia verde cîntărește la fel ca și cutia galbenă, sau are masă diferită?*“

Dacă elevul răspunde „*la fel*“

„*De ce afirmi aceasta?*“

Dacă elevul răspunde „*diferit*“

„*Care este mai grea?*“ „*De ce afirmi aceasta?*“

ÎNREGISTRARE

8 Cutia roșie cîntărește la fel cu cea verde. Cutia roșie cîntărește la fel cu cea galbenă: de aceea cea verde și galbenă cîntăresc la fel ✓

Cutiile verde și galbenă cîntăresc la fel, raționament nesigur ?
sau la întîmplare

Cutia galbenă cîntărește mai mult deoarece este mai mare ×

Cutia verde cîntărește mai mult ×

Oricare alt răspuns fără raționament, la întîmplare ×

Testul 9

Aveți nevoie de trei cutii nr. 7; una portocalie umplută cu 5 inele; verde cu 3 inele și gri cu 1 inel; balanță.

Plasați cele trei cutii pe masă, cu cea verde în mijloc.

„*Vom căuta să aflăm care este cutia cea mai grea.*“

Dați elevului cutiile verde și portocalie.

„*Folosiți balanța pentru a afla care este cutia cea mai grea: cea verde sau cea portocalie.*“

După ce elevul a cîntărit cutiile:

„*Care cutie este mai grea?*“

Repuneți cutiile pe masă. Dați elevului cutiile verde și gri.

„*Folosiți balanța pentru a afla care cîntărește mai mult, cea verde sau cea gri.*“

După ce elevul a cîntărit cutiile:

„*Care cutie cîntărește mai mult?*“

Plasați cutiile pe masă cu cea verde în mijloc.

Arătînd către cutiile portocalie și verde:

„*Poți să-ți reamintești care a fost mai grea, cea portocalie sau cea verde?*“

Arătînd către cea verde și gri:

„Care a fost mai grea, cea verde sau cea gri?”

Dacă elevul dă răspunsuri incorecte la oricare dintre ultimele două întrebări repetați testul 9.

Dacă elevul dă din nou un răspuns incorect, sfârșiți testul.

Alt procedeu:

„Arătați cutia cea mai grea dintre cele trei”.

„De ce crezi că este cutia cea mai grea?”

ÎNREGISTRARE

Cutia portocalie este cea mai grea deoarece este mai grea decât cea verde și cea verde mai grea decât cea gri. ✓

Cutia portocalie este cea mai grea, raționament insuficient sau fără raționament ?

Cutia verde sau cea gri cea mai grea ×

Nici o alegere sau test abandonat ×

Testul 10

Aveți nevoie de patru cutii nr. 8; o cutie roșie umplută cu 10 inele; cutii albă și galbenă umplute cu câte 8 inele; verde umplută cu 6 inele.

Plasați cele patru cutii pe masă.

„Priviți cu atenție”.

Plasați cutiile galbenă și albă pe balanță, fiecare pe câte un taler.

„Cutia galbenă cântărește la fel ca și cutia albă sau au mase diferite?”

Plasați cutiile pe masă în următoarea ordine: roșie, galbenă, verde, albă.

„Folosiți balanța pentru a pune aceste cutii în ordinea masei lor, cu alte cuvinte găsiți cutia cea mai grea și puneți-o aici (indicați) și apoi din nou pe cea mai grea din cele rămase și așa mai departe”.

Înregistrați seria de cântăriri pe o foaie de hîrtie după cum urmează: de exemplu R/G, A/V etc.

După ce elevul a terminat de cântărit și a pus cutiile în ordine:

„Arată cutia cea mai grea”.

Dacă elevul alege cutia roșie continuați, altfel sfârșiți testul și continuați cu nr. 11.

Îndepărtați cutia verde.

„Care este cea mai ușoară din acestea trei?”

Dacă elevul alege cutia albă sau galbenă:

„Cutia albă/galbenă este mai ușoară decât cutia galbenă/albă?”

ÎNREGISTRARE

Pune cutiile într-o ordine corectă după un număr de operații minime de cîntărire ✓

adică cea roșie cea mai grea, verde cea mai ușoară, galbenă și albă de aceeași masă, după 2 sau 3 operații de cîntărire

Pune cutiile într-o ordine corectă, dar nu efectuează suficiente cîntăriri, pentru a fi capabil să deducă aceasta. Logica nu este corectă ×

Pune cutiile în ordine corectă, dar numai după realizarea unui număr mare de operații de cîntărire [adică: mai mult decît minimum cerut] ?

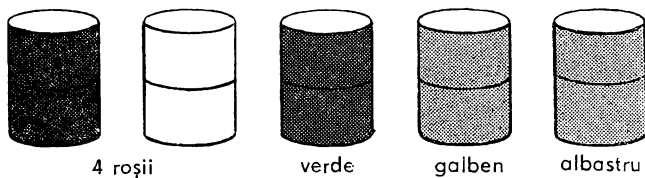
Pune cutiile într-o ordine greșită după ce a realizat o succesiune logică de cîntăriri ?

Nu este capabil să opereze cu succes [metoda încercărilor și a erorilor] ×

Testul II

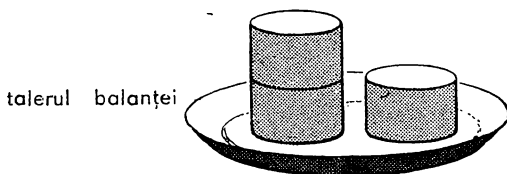
Aveți nevoie de trei cilindri vopsiți în galben, albastru și verde; patru cilindri mai mici vopsiți în roșu; balanța.

Cei trei cilindri roșii împreună cîntăresc la fel ca și cilindrul verde. Plasați cilindrii pe masă cu cei roșii grupați în perechi.



„Priviți cu atenție“.

Plasați cilindrul verde pe un taler al balanței și odată cu el cei 3 roșii pe celălalt taler (2 cilindri roșii grupați, unul separat).



„Cel verde cîntărește la fel cu cei roșii (indicați) sau au mase diferite?“

Dacă elevul răspunde „diferite“ sfîrșiți testul și continuați la nr. 12.

Dacă elevul răspunde în mod corect continuați.

Repuneți cilindrii verde și roșii pe masă (2 cilindrii roșii grupați, ceilalți 2 separat).

Plasați cilindrii galben și albastru pe balanță, fiecare pe câte un taler.

„Cel galben cântărește la fel ca acesta albastru (indicați) sau au mase diferite?”

„Dacă plasez pe cel verde pe acest taler cu cel galben (indicați) de câți cilindri roșii am nevoie să adaug la cel albastru pentru a avea balanța în echilibru, adică să cântărească la fel?”

„De ce afirmi aceasta?”

Dacă elevul răspunde *„deoarece au mase egale”,*

„Cum știi că ele au mase egale?”

ÎNREGISTRARE

Adaugă 3 cilindri roșii, deoarece cei 3 roșii au mase egale cu 1 cilindru verde ✓

Adaugă 2 cilindri roșii deoarece sînt egali în mărime sau înălțime cu cel verde ×

Adaugă 1 cilindru roșu deoarece este egal ca număr cu cel verde ×

Adaugă 4 cilindri roșii ×

Oricare alt răspuns fără raționament, la întîmplare sau etapă abandonată ×

Testul 12

Aveți nevoie de patru cutii nr. 7 colorate în negru, verde, albastru și maron; balanța.

Cutiile neagră și verde sînt fiecare umplute cu 4 inele. Cea albastră cu 9 inele și cea maron cu 6 inele.

Se adaugă plastilină la cutia albastră astfel ca cea neagră și verde = cu masa celei albastre.

Plasați cele 4 cutii pe masă.

„Folosiți balanța pentru a afla dacă cutia neagră cântărește la fel ca și cutia verde.”

Dacă elevul nu este capabil să opereze sfîrșiți testul.

Alt procedeu.

„Sînt egale în greutate? Cutia neagră cântărește la fel ca și cutia verde?”

Dacă elevul dă un răspuns incorect sfîrșiți testul.

Alt procedeu.

Asigurați-vă că piesele neagră și verde rămîn fiecare pe câte un taler al balanței în timp ce se pun întrebările.

„Una dintre aceste cutii (indicați pe cea albastră și cea maron) cântărește de două ori mai mult decît cutia neagră. Poți să afli care este?”

Dacă elevul ezită repetați întrebarea.

Dacă elevul nu este capabil să opereze sfârșiți testul.

Dacă elevul operează cu succes prin plasarea cutiei albastre pe un taler al balanței și cutiile verde și neagră pe celălalt taler al balanței:

„Cum știi dacă cutia albastră cântărește de două ori mai mult decât cutia neagră?”

ÎNREGISTRARE

12 A plasat cutiile neagră și verde pe un taler al balanței, cea albastră pe celălalt taler. Deoarece cutia verde cântărește la fel ca și cutia neagră, atunci cea albastră trebuie să egaleze masa celor două cutii negre ✓

A plasat cutiile neagră și verde pe un taler al balanței, cea albastră pe celălalt taler, raționînd nesigur sau fără raționament ?

Nu a fost capabil să opereze cu succes sau test abandonat ×

Etapă 8. În această etapă copiii de fapt văd două elemente într-o situație complexă și selectează elementul care prevede răspunsul. Un element cere ca ei să observe egalitatea maselor cutiei roșii și celei verzi și cea roșie are masa egală cu cea galbenă. Dacă ei combină mintal aceste două informații ei sînt capabili să priceapă egalitatea maselor cutiei verzi și celei galbene. Cel de-al doilea element se bazează pe aspectul vizual; situația este dominată de ceea ce văd elevii. Ei neglijează primele observații așa încît atunci cînd compară cutiile verde și galbenă ei aleg pe cea galbenă ca obiect mai greu deoarece este mai mare. Mulți copii sînt în dilemă care element sau aspect al situației să-l selecteze sau să-și dea seama că aspectul vizual nu este cel care-i duce la rezultatul corect, dar nu sînt în stadiul de a fi capabili să înțeleagă că dacă $A = B$ și $B = C$, atunci A trebuie să fie egal cu C . Ei nu sînt capabili nici să înmagazineze sau să facă legătura între biții de informație din capul lor. Numai 25 — 30% dintre elevi la vîrsta de 7 ani sînt capabili să rezolve acest test; 40—45% la vîrsta de opt ani și 65% la vîrsta de nouă ani.

Etapă 9. Această etapă cere copiilor să găsească cutia cea mai grea din trei, dar observațiile sînt ghidate de către profesor. Copiii trebuie să-și reamintească aceste observații și este necesară verificarea lor înaintea întrebărilor impuse. Deoarece cutiile sînt egale în volum, elevii nu sînt distrași de această caracteristică și ei trebuie să facă uz de logică pentru a ajunge la o soluție. Ei observă cutia A că este mai grea decît cutia B și apoi că B este mai grea decît C ; atunci ei conclud că A este mai grea decît C . 25%—30% dintre elevi sînt capabili să rezolve aceasta la vîrsta de șapte ani; 40%—45% la vîrsta de opt ani și 60%—65% la nouă ani.

Etapă 10. Aici pentru prima dată li se dă copiilor libertatea de a aplica metoda lor proprie pentru a găsi ordinea maselor cutiilor. Sînt

folosite numai patru cutii și i se arată elevului că două cîntăresc efectiv la fel. Foarte puțini elevi elimină una dintre aceste cutii și ei continuă să folosească ambele cutii în cîntăririle succesive. De asemenea foarte puțini copii își reprezintă cîntăririle posibile înainte de a acționa, deși ordinea poate fi determinată în mod logic după două sau trei cîntăriri. Mulți elevi încearcă să rezolve problema prin cîntăriri pe baza eliminării succesive, adică cea verde este luată și cîntărită prin comparație cu toate celelalte, apoi altă cutie este luată și cîntărită în comparație cu cele rămase etc. În mod obișnuit, grupul de șapte pînă la zece ani efectuează cîntărirea la întîmplare. Apoi încearcă să-și reamintească cîntăririle, dar de cele mai multe ori aceste informații nu pot fi coordonate. Numai 10% dintre elevii de șapte ani din eșantionul nostru pot rezolva acest test de ordonare și la un rezultat bun au ajuns numai 35% din cei de zece ani.

Etapă 11. Aici sînt necesare din nou logica și un anumit grad de memorare. Caracteristicile vizuale se adaugă pentru a observa dacă copiii recur la argumente bazate pe ceea ce văd mai degrabă decît pe conceptul de masă și folosirea elementelor de logică. Și aceasta deoarece în testele 8 și 9, 30% dintre elevii de șapte ani reușesc să rezolve această problemă. De asemenea reușesc aproape 40% dintre cei de opt ani, 65% dintre cei de nouă ani și 75% dintre cei de zece ani. Copiii care nu rezolvă această etapă recur, în linii mari, la observarea volumelor (selectînd astfel cele două cutii); la egalarea numărului cutiilor (selectînd astfel o cutie roșie) sau la egalarea înălțimilor totale a cutiilor (egalînd din nou două cutii roșii). Răspunsurile depind în întregime de aspectele vizuale ale situației.

Etapă 12. În cele din urmă acest test cere cunoștințe de termeni ca „de două ori mai greu” și operația logică că dacă cutia A are masa egală cu cutia B , atunci $A + B = 2A$ (ca mase). Din nou trebuie făcută legătura mintală între două informații, înainte de a se ajunge la soluție. În studiul nostru aproape toți elevii pot determina egalitatea maselor cutiei A și cutiei B , dar foarte puțini copii pot rezolva acest test. 90% — 95% dintre copiii de șapte ani nu au putut ajunge la o soluție; 90% dintre copiii de opt ani; 80% dintre cei de nouă ani și 70% dintre cei de zece ani nu au reușit. Atît forma întrebărilor cît și cerințele logice au depășit puterea lor de înțelegere.

Am introdus mai multe etape pentru această abordare a „folosirii logicii” pentru a demonstra că mulți dintre elevii noștri găsesc acest tip de întrebări prea dificil pentru ei. Ei nu au ajuns la stadiul de dezvoltare numit de Piaget nivelul operațiilor logice (de gîndire). Copiii pot numai să experimenteze evidența a ceea ce văd și nu pot face legătura între informații. Aceasta indică o alegere cu grijă a întrebărilor și investigației practice de către profesor. Dacă întrebările cer un prea mare grad de gîndire logică pentru soluțiile lor elevii nu vor fi capabili

să ajungă la răspuns, deși pot executa măsurătorile practice cerute și pot fi aparent foarte preocupați de sarcinile lor.

Sugerînd următoarea succesiune în predare sperăm ca, profesorii să examineze abilitatea elevilor lor de a da răspunsuri și a determina gradul cerințelor, care să-i conducă pe elevi la stadiul operațiilor logice.

CÎTEVA SUGESTII PENTRU PROFESOR

5A. Propoziția la care dorim să ajungem în cele ce urmează este: Dacă $A = B$ și $B = C$, atunci A trebuie să fie egal cu C .

(i) *Material.* Opt unități roșii formate din patru piese cu cîte șase puncte de la jocul de construcții (Lego) montate una peste alta. Cinci unități albastre formate din patru piese cu cîte opt puncte de la jocul de construcții cu două piese una lîngă alta cu celelalte două deasupra. Șase cutii numărul 7 etichetate A, B, C, D, E, F umplute cu nisip în felul următor:

A are masa egală cu patru unități roșii; $B =$ patru unități roșii sau trei unități albastre.

$C =$ trei unități albastre. $D =$ cinci unități roșii. $E =$ opt unități roșii sau șase unități albastre.

$F =$ patru unități albastre.

Mai întîi copilului i se dau cutiile A, B, C, D și E și indicația să le cîntărească folosind unitățile roșii. Apoi sînt îndepărtate unitățile roșii și i se dau elevului unitățile albastre. I se cere să cîntărească cutiile B, C, E și F . Utilizînd diferite unități pentru fiecare parte a exercițiului, relația dintre masele cutiilor A și C nu poate fi găsită prin măsurătoare directă. Acest principiu este folosit în multe dintre următoarele exerciții. Este important ca elevului să nu i se dea toate unitățile de la început, deoarece el poate folosi cu ușurință un tip de unitate pentru toate activitățile, ajungînd la răspunsuri prin compararea numerelor și nu prin folosirea logicii. Rezultatele pot fi înregistrate astfel:

Cutia A cîntărește tot atît cît ... unități roșii.

Cutia B cîntărește tot atît cît ... unități roșii.

(La fel pentru D și E)

După înapoierea unităților roșii și colectarea cutiilor E și F și a unităților albastre, elevul poate completa cele ce urmează:

Cutia B cîntărește tot atît cît ... unități albastre.

Cutia C cîntărește tot atît cît ... unități albastre.

(La fel pentru cutiile E și F.)

Subliniați care propoziție este corectă și desenați o cruce pentru cea care nu este adevărată.

1. *Cutia A cîntărește la fel ca E; B; D.*

2. *Cutia C cîntărește la fel ca E; B; F.*

3. *Cutia A cîntărește la fel ca D; C; E; F.*

Elevul va putea compara direct măsurătorile pentru a răspunde la întrebarea 1 că $A = B$ și la întrebarea 2 că $C = B$, dar pentru ca să

descoperă că $A = C$ în întrebarea 3 elevul trebuie să apeleze la logică și anume folosind un tip de unitate $A = B$ și folosind alt tip de unitate $B = C$, A trebuie să fie egal cu C .

(ii) *Material*

A. O cutie nr. 8. Unități roșii și albastre ca mai înainte.

B. O cutie nr. 7. C. O cutie nr. 8.

D. O cutie nr. 9. E. O cutie nr. 8.

În acest paragraf două cutii au volume diferite de celelalte. Procedul este la fel ca mai înainte (pentru (i)) dar cutiile A , B și D cântăresc acum la fel (adică C nu mai este de data aceasta răspunsul). Astfel cutiile A , B , C și E sînt mai întii cîntărite prin comparație cu celelalte folosind unitățile roșii și cutiile B , D și E sînt cîntărite prin comparație folosind unitățile albastre. Similaritatea volumelor determină pe elevi să aleagă $A = E$ sau $A = C$, cînd se pun întrebările finale.

5B În acest exercițiu operația necesară pentru a se ajunge la un răspuns corect este: Dacă A este mai mare decît B și B este mai mare decît C , atunci A trebuie să fie mai mare decît C .

(i) *Material*. Patru cutii de 50 cm^3 etichetate A , B , C și D și umplute cu nisip după cum urmează:

A cîntărește cît trei inele. B = cinci inele și patru unități albastre. C = șase unități albastre; D = zece inele sau opt unități albastre.

Douăsprezece inele. 8 unități albastre (ca în 5A (i)) fiecare formată din patru piese de la jocul de construcții cu cîte opt puncte de legătură cu două piese alăturate și celelalte două deasupra.

Elevului i se cere să cîntărească cutiile A , B și D folosind inelele. După înlăturarea unităților inele, elevului i se cere să cîntărească cutiile B , C și D folosind unitățile albastre. După înregistrarea rezultatelor se pot pune următoarele întrebări:

Puneți un semn la propozițiile corecte. Desenați o cruce lîngă propozițiile incorecte.

1. Cutia A cîntărește mai mult decît cutia B .

2. Cutia A cîntărește la fel ca și cutia D .

3. Cutia B cîntărește mai puțin decît cutia D .

4. Cutia B cîntărește mai mult decît cutia C .

5. Cutia C cîntărește la fel ca și cutia D .

6. Cutia A cîntărește mai mult decît cutia C .

Numai ultima întrebare cere elevului să utilizeze logica pentru a ajunge la răspunsul corect. La întrebările de la 1 la 5 se poate răspunde prin compararea directă a maselor.

(ii) *Material*

A = cutie nr. 8.

B = cutie nr. 7.

C = cutie nr. 9.

D = cutie nr. 8.

Procedul în această activitate este la fel ca și cel precedent. Conținuturile pot fi ajustate astfel ca, de data aceasta relația între cutiile

A și B să poată fi obținută folosind logica. Datorită volumelor diferite elevul poate spune de exemplu, cutia B nu cântărește mai mult decât A , deoarece volumul ei este mai mic decât A .

5C Operația în această activitate este:

Dacă $A + B$ are masa egală cu $C + D$ și B are masa egală cu D , atunci A trebuie să cântărească la fel ca și C .

$A + B = C + D$, dacă $B = D$, atunci $A = C$.

Material. Șase cutii etichetate A , B , C , D , E și F .

A este cutia nr. 7; E este cutia nr. 8.

C este cutia nr. 6; F este cutia nr. 8.

B este cutia nr. 9 și cântărește 8 inele;

D este cutia nr. 10 și cântărește 8 inele.

Profesorul trebuie să umple cutiile A și C , astfel ca $A + B$ să cântărească la fel ca și $C + D$, dar A și C nu trebuie să cântărească cît un număr întreg de inele (adică nu este posibil să fie cântărite folosind inelele). E și F trebuie să fie umplute astfel încît împreună să cântărească cît $A + B$ sau $C + D$. Deoarece E și F nu sînt cântărite separat de către elev nu are importanță cît cântăresc individual. Elevului i se cere să plaseze A și B pe un taler al balanței și C și D pe celălalt taler. Balanța arată egalitatea maselor. În mod similar E și F se arată că au aceleași mase ca A și B . În cele din urmă elevii folosesc inele pentru a afla masele lui B și D . Elevul este apoi întrebant:

Dacă cutia A cântărește 4 inele și cutia E cântărește 4 inele completați următoarele:

Cutia A și cutia B împreună cântăresc ... inele.

Cutia C cântărește tot atît cît ... inele.

Cutia F cântărește tot atît cît ... inele.

Dacă se introduc noi unități de masă și se folosesc pentru a cântări cutiile astfel încît cutia A să cântărească 5 unități noi și cutia D să cântărească 10 unități noi, atunci următoarele vor cântări:

Cutia C cântărește ... unități noi.

Cutia A și cutia B împreună cântăresc ... unități noi.

Noile unități nu trebuie să fie prevăzute. Se prezintă un caz ipotetic pentru a vedea în mod clar dacă elevul a înțeles desfășurarea logică și este capabil să transfere cunoștințele sale la o situație nouă.

5D În acest paragraf sînt combinate două operații logice ale activității.

(i) Dacă $A + B$ cântărește mai mult decît $C + D$ și dacă A cântărește la fel ca D , atunci B trebuie să cântărească mai mult decît C .

(ii) Dacă $A + B$ cântărește la fel cu $E + F$ și dacă A cântărește mai mult decît F , atunci B trebuie să cântărească mai puțin decît E .

Material. Șase unități de la jocul de construcții, fiecare formată din opt piese cu cîte opt puncte de legătură. 5 inele. Șase cutii etichetate A , B , C , D , E și F umplute cu nisip după cum urmează. B este cutia

nr. 9; *C* este cutia nr. 8; *E* este cutia nr. 6. *A* este nr. 6 și cântărește patru inele; *D* este nr. 7 și cântărește patru inele; *F* este nr. 8 și cântărește trei inele.

Profesorul trebuie să umple cutiile *A*, *D* și *F* ca mai sus și apoi umple *B*, *C* și *E* astfel:

A + *B* cântărește șase unități de la jocul de construcții.

C + *D* cântărește cinci unități de la jocul de construcții.

E + *F* cântărește șase unități de la jocul de construcții.

Notă. Masele cutiilor au fost selectate cu grijă, astfel încât este imposibil să se cântărească *B*, *C* și *E* cu inele sau *A*, *D* și *F* cu unități de la jocul de construcții. Elevul trebuie să treacă prin următoarea activitate și să folosească raționamentul pentru a ajunge la răspunsurile corecte. Elevului i se prezintă cutiile, unitățile de la jocul de construcții, inelele și i se cere să completeze următoarele:

Cutia A și cutia B împreună cântăresc ... unități de la jocul de construcții.

Cutia E și cutia F împreună cântăresc ... unități de la jocul de construcții.

Cutia C și cutia D împreună cântăresc ... unități de la jocul de construcții.

Cutia A cântărește ... inele. Cutia D cântărește ... inele.

Cutia F cântărește ... inele.

Efectuând aceste cântăriri inițiale copilul trebuie să folosească cunoștințele căpătate pentru a răspunde la următoarele întrebări.

Bifați propozițiile corecte și desenați o cruce la propozițiile incorecte.

1. *Cutia A cântărește la fel ca și cutia D.*

2. *Cutia D cântărește la fel ca și cutia F.*

3. *Cutia A și cutia B împreună cântăresc mai mult decât cutiile C și D împreună.*

4. *Cutia B cântărește la fel ca și cutia C.*

5. *Cutia B cântărește mai mult decât cutia C.*

6. *Cutia F cântărește mai puțin decât cutia A.*

7. *Cutia F cântărește mai mult decât cutia D.*

8. *Cutia A și cutia B împreună cântăresc cât cutia C și cutia D împreună.*

9. *Cutia B cântărește mai puțin decât cutia E.*

10. *Cutia D cântărește mai mult decât cutia F.*

6. MĂSURĂRI SUPLIMENTARE ALE MASELOR

Am plasat această activitate după paragraful de „utilizare a logicii”, dar, de fapt, abordarea acestui subiect trebuie realizată în același timp. Ambele cer un proces de gândire la un nivel mai avansat decât activitatea precedentă. Elevul trebuie să rezolve problema mintal și să analizeze descoperirile sale la un nivel mai înalt decât înainte. Manipularea materialului cere de asemenea un grad de dexteritate și înțelegere care nu este abordat în mod normal de elevii mai mici.

Deoarece dorim ca să se realizeze anumite „descoperiri” trebuie să ne asigurăm ca materialul să fie selectat cu grijă pentru a da posibilitate

elevilor să obțină rezultate pline de semnificație. Pentru acest motiv dăm detalii, de exemplu, de folosire a tipurilor de balanță cu arc și de asemenea sugerăm încărcături potrivite pentru ele. Dorim ca fiecare elev să-și etaloneze propriul cântar și considerăm ca fiecare elev, la sfârșitul acestei activități să fie familiarizat cu diferite tipuri de instrumente de cântărit. Indicăm folosirea la acest nivel a instrumentelor cu scalele marcate în grame și kilograme.

Se introduce de asemenea metoda desenării graficelor, dar aceasta este realizată prin adoptarea graficelor sub formă de bloc utilizate mai înainte. Este folosit conceptul de proporționalitate, dar termenul ca atare nu este menționat. Elevii mai inteligenți pot utiliza termenul, dar acesta nu este cazul obișnuit, așa că ne-am decis să nu-l utilizăm, ci să dezvoltăm noțiunea prin întrebări legate de graficul rezultatelor practice. Elevii vor investiga în experiment două variabile (în acest caz lungimea arcului și greutatea adăugată) și astfel desfășurarea se încheie cu sugestii pentru investigațiile ulterioare de această natură.

OBIECTIVE:

- (a) Să se realizeze investigații asupra materialelor elastice.
- (b) Să se introducă un sistem de înregistrare (graficul și interpretările sale)
- (c) Să se examineze procedeele de cântărire

CÎTEVA SUGESTII PENTRU PREDARE

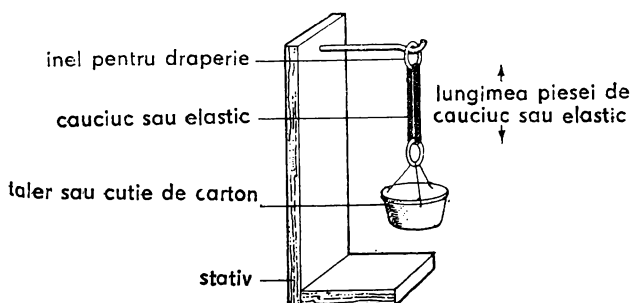
ETALONAREA ALTOR DISPOZITIVE DE MĂSURARE

Utilizarea balanței cu brațe egale este un bun punct de pornire pentru conceptul de masă, dar la acest nivel elevii trebuie să utilizeze diferite dispozitive de măsurare. În scopul de a înțelege cum funcționează aceste dispozitive, elevii mai întâi trebuie să le etaloneze.

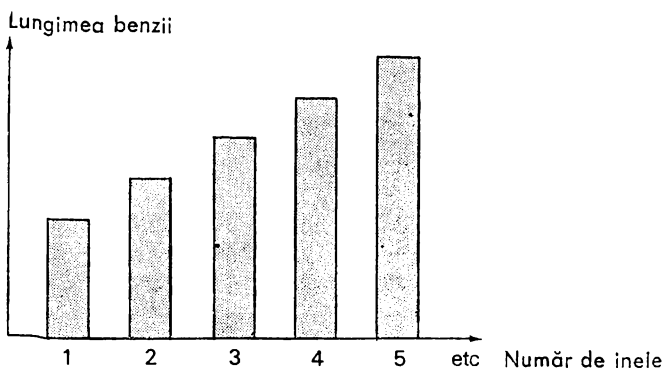
6A În această primă activitate se face uz de deformarea — întinderea unei bucăți de elastic sau de cauciuc, atunci când se atașează de ea greutate. Acum considerăm greutatea ca o forță sau forță de atracție a Pământului. Greutatea obiectului atașat la elastic exercită o forță asupra elasticului și-l întinde.

Material. Cinci cutii nr. 1 umplute corespunzător; un număr de inele ca unități de masă (sau alte unități de masă); bandă gumată (de lățime de jumătate sau un centimetru); foarfece, o bandă sau bucată de elastic de aproape 20 cm lungime. Elasticul trebuie ales cu grijă, astfel încât atunci când se atașează o unitate de masă, creșterea în lungime să fie măsurată cu ușurință. Dacă se folosește o bandă de cauciuc trebuie tăiată și îndoită. Se fixează apoi la fiecare capăt un inel de draperie astfel

încît elasticul să poată fi atârnat de un stativ, iar de capătul de jos să poată fi atârnat un taler mic sau o cutie ușoară din plastic (de exemplu o cutie pentru smîntînă).

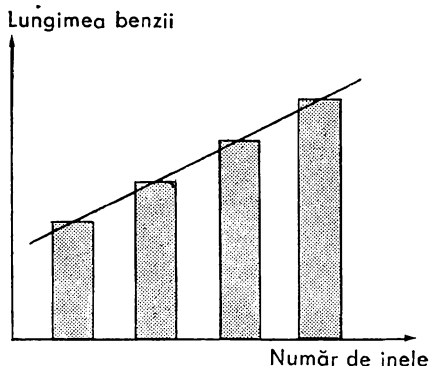


Elevului i se dă indicația să măsoare lungimea piesei de cauciuc cu banda gumată. Banda gumată este tăiată cu grijă cu foarfecele, astfel încît să aibă aceeași lungime cu piesa de cauciuc. Este apoi lipită pe o foaie mare de hîrtie colorată pentru a forma graficul sub formă de bloc prezentat alăturat.



Elevului i se cere apoi să plaseze o unitate de masă pe taler și să măsoare noua lungime a cauciucului prin tăierea unei lungimi de bandă ca mai înainte. Această bandă este lipită în grafic ca mai sus. Acest procedeu este repetat cu două, trei unități etc. Citirile pot fi verificate de cîte ori se scot unitățile una cîte una.

Aceeași distanță trebuie să fie lăsată între fiecare fișie de hîrtie de pe grafic. Este esențial ca măsurarea și tăierea bandei de hîrtie gumată să fie făcută cu grijă, așa încît copiii să vadă clar sistemul general de comportare a lungimii elasticului cînd se adaugă mase egale. Dacă există aceeași distanță între fiecare fișie de bandă gumată de pe grafic și se desenează un punct deasupra fiecărei fișii, ideea de grafic liniar poate fi introdusă prin unirea punctelor printr-o linie.



După etalonarea dispozitivului de măsurare, elevul îl poate utiliza pentru a găsi masele cutiilor colorate. Profesorul poate umple cutiile cu nisip astfel încât ele să fie cîntărite cu ajutorul unităților întregi și jumătăților de unități (de exemplu cutia albastră = opt unități, cutia roșie = șase unități și jumătate). Elevul trebuie să fie capabil să completeze propozițiile date mai jos prin plasarea cutiei pe taler și prin compararea lungimii elasticului cu o fișie de hîrtie de pe grafic. Pentru a evita tăierea de bucăți de hîrtie mici pentru comparare, unitățile de masă trebuie îndepărtate înainte ca această parte a activității să înceapă și elevii vor fi îndemnați să taie benzi ca mai înainte și să le potrivească pe graficul lor. De notat că rigla nu se folosește în această activitate, deoarece elevului îi este neclară utilizarea acestui instrument de măsură. Pentru ei nu este clar unde trebuie plasat zeroul riglei și ei încearcă să măsoare lungimile cu ajutorul centimetrelor și milimetrelor. Aceasta este o complicație nedorită la acest nivel.

1. *Cutia albastră cîntărește ... unități.*
2. *Cutia galbenă cîntărește ... unități.*
3. *Cutia albastră și cutia ... împreună cîntăresc la fel ca și cutia roșie.*

Dacă elevul poate afla masa cutiilor cu ajutorul unităților întregi, atunci el poate continua să calculeze cu jumătățile de unități. Se folosesc întrebări similare cu cele de mai sus. Dacă se prezintă elevului mai multe cutii, se pot include întrebări folosind termenii „cîntărește de două ori mai mult ...”, „de trei ori mai mult ...” etc.

Dacă unitățile și piesa de cauciuc sau elastic au fost alese cu grijă, astfel încît fiecare adăugare de unitate face ca piesa de cauciuc să se extindă cu o lungime care este ușor de măsurat, adică un centimetru, atunci elevului i se cere să prevadă răspunsurile. De exemplu:

1. *Dacă pui o cutie pe taler și ea a cîntărit nouă unități, cît de lungă va fi piesa de cauciuc?*
2. *Dacă o piesă din plastilină a fost pusă pe taler și lungimea piesei de cauciuc a fost 35 cm, cît ar trebui să cîntărească plastilina?*

6B ETALONAREA UNUI ARC UTILIZÎND UNITĂȚILE STANDARD

Arcurile trebuie alese cu grijă, astfel încît întinderea lor să dea posibilitatea copiilor să realizeze măsurători semnificative. Sînt arcuiri de oțel de 22 cm lungime, care se alungesc 12 cm la 250 g. Arcuiri de oțel de 8 cm lungime, care se alungesc 18 cm la 250 g. Talere din plastic de la cîntare, fiecare de 3 inches diametru cu corzi și cîrlig.

Material suplimentar. Stativ corespunzător; cinci cutii nr. 1 cu capace; nisip; cîte una din următoarele unități standard: 25 g ($20 + 5$ g dacă este necesar); 50 g; 100 g; 200 g.

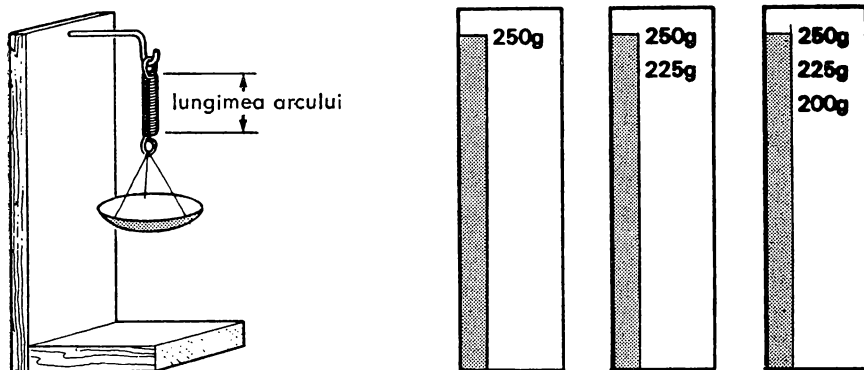
Elevului i se cere să plaseze masa cu 25 g pe taler și să taie o lungime de bandă gumată egală cu lungimea arcului. Această bandă gumată este apoi lipită pe grafic astfel ca graficul să fie construit ca mai înainte. Masa de 25 g este apoi îndepărtată de pe taler și înlocuită cu cea de 50 g. Procedul este repetat în pași de la 25 g la 250 g. Ca mai înainte bucățile de bandă trebuie lipite la o distanță egală între ele.

Profesorul arată elevilor cum se poate construi o scală pentru arc.

1. Puneți corpul de masă 250 g pe taler. Tăiați o bucată de bandă de aceeași lungime ca și arcul. Lipiți banda la marginea unei fișii de carton de doi centimetri.

2. Puneți 225 g pe taler și tăiați o bucată de bandă de aceeași lungime ca și arcul și lipiți banda peste cealaltă bucată de bandă astfel ca marginea de jos să fie la nivelul arătat în diagramă.

Aceasta se continuă pentru 200, 175, 150 g etc.



Elevul vede că pentru aceste arce există o alungire constantă cînd se adaugă mase egale. Acesta nu este un concept ușor de înțeles și aici se cer discuții și explicații folosind materialul. Pentru activități suplimentare i se dau elevului cele cinci cutii goale și nisipul și i se indică să le umple astfel încît să cîntărească 50 g, 100 g, 150 g, 200 g și 250 g.

Aceste cutii, fiecare etichetate cu masa sa pot fi folosite să etaloneze banda de cauciuc în grame. În cele din urmă pot fi folosite unități standard pentru a verifica noua etalonare a benzii de cauciuc.

6C VERIFICAREA ETALONĂRII BALANȚEI CU ARC SAU A ALTOR DISPOZITIVE DE MĂSURAT MASA

O serie de balanțe cu arc sînt la îndemînă în comerț și școala poate poseda trei sau patru pentru diferitele mase de cîntărit. O selecție ideală ar fi: 1 pentru 0—200 g; 1 pentru 0—500 g; 1 pentru 0—1 kg, 1 pentru 0—3 kg; 1 pentru 0—25 kg.

Pentru această metodă de etalonare balanța cu arc de tipul 0—200 g este atîrnată de un stativ, iar arcul elevului este atașat de cîrlig la un capăt. Utilizînd scala lor, elevii pot trage arcul lor și-l pot extinde la pozițiile 50 g, 100 g și 150 g iar colegul lor poate verifica citirea datelor reale cu balanța cu arc comercială. Elevii sesizează astfel gradul forțelor exercitate și de asemenea observă că aparatul comercial este, de fapt, numai o versiune puțin diferită a instrumentului lor. Dacă profesorul poate deschide partea de dedesubt a cîntarului de la baie și a cîntarului de bucătărie prin compresiune, atunci aceste dispozitive pot fi de asemenea examinate mai detaliat.

Poate copiii doresc să știe ce s-ar putea întîmpla cu comportamentul arcului, dacă el ar fi întins mai departe prin adăugarea de mai multe corpuri. Profesorii pot să nu permită elevilor să afle aceasta, folosind arcul folosit mai înainte dar pot fi confecționate din arcuri suplimentare din sîrmă de cupru (sau din fir de calibrare) și poate fi aranjat un experiment pentru a investiga aceasta.

În această carte nu continuăm cu această activitate, deoarece acum am studiat elementele de bază ale conceptului de masă. Nivelul va fi atins cînd activitatea cu forțe și relații între mase și volume (densitatea) va putea fi realizată, dar aceste concepte depășesc sfera noastră de prezentare și sugerăm că profesorii pot explora aceste posibilități suplimentare.

MATERIAL DE PREDARE SUPPLEMENTAR

După ce elevii au examinat schimbările unei mărimi ca rezultat al schimbărilor făcute în alta (de exemplu lungimea arcului, cînd masele se schimbă) ei încep să urmărească procedeele de investigație tipic științifice. Pentru astfel de procedee se cere un grad avansat de analiză și logică și sugerăm ca investigațiile ulterioare în direcții similare să fie de tipul:

1. Cîntărirea zilnică a cobailor tineri. Aceasta poate fi o investigație a schimbărilor greutateii în timp. (Ce factor trebuie menținut constant?)

Acest animal este bine ales, deoarece este destul de greu la naștere și nu este atît de dependent de mama sa, ca în cazul altor mamifere tinere. Alte mamifere tinere pot fi respinse de mamă, dacă se lucrează zilnic cu ele. Trebuie avut grijă ca animalele tinere să nu fie moleșite cînd sînt cîntărite.

2. Cîntărirea fetelor și băieților, aflarea mediei dintr-un șir de aceeași vîrstă și efectuarea comparațiilor dintre aceste medii la diferite vîrste.

3. O vizită la o basculă locală.

4. O înregistrare a numărului de camioane care trec printr-un anumit punct la un moment dat. Se face o estimare a maselor încărcăturilor totale cărate și tipul de încărcătură. Această activitate se divizează în mai multe investigații, de exemplu notarea ștampilelor de înregistrare și a adreselor, așa încît să se poată desena harta locurilor de origine.

5. Cîntăririle diferitelor materiale cerute pentru o anumită sarcină, de exemplu a construi o casă (cărămizi, ciment etc.).

Conceptul de volum

Adesea s-a constatat că la copii conceptul de volum nu este dezvoltat pînă tîrziu la nivelul școlii primare și cercetările lui Piaget și a altora deseori tind să susțină această teorie generală. Noi credem că puțini copii înaintea vîrstei de zece, unsprezece ani au experiența practică a acestui concept. De asemenea, se admite ca conceptul de arie, care implică două dimensiuni, să fie însoțit înaintea conceptului de volum. Aceasta determină pe profesori să lase aceste studii tridimensionale pentru ultimul an al școlii primare.

Astfel de practici pot duce la un fel de profeție de autorealizare a acelor copii, care au puțină experiență practică despre volum și care se așteaptă să-și dezvolte acest concept după cel de arie. Nu sîntem siguri dacă aceasta se petrece întocmai și cercetarea noastră încearcă să afle dacă stadii similare a acestor concepte pot fi înțelese la aceeași vîrstă sau dacă un stadiu a fost dezvoltat la o vîrstă ulterioară.

Deoarece este probabil adevărat, după cum afirmă Piaget, că conceptul total de volum, incluzînd volumul interior, ocupat și dislocuit nu este atins de unii copii pînă la nivelul gimnaziului este clar că o astfel de înțelegere acționează de la simplu la complex. Cercetarea noastră pare să arate că elevii între șapte și nouă ani prezintă aceeași înțelegere sau lipsă de înțelegere în stadiile timpurii ale acestui concept ca și la celelalte două concepte studiate (masa și aria) și există o mică diferență în performanțele realizate în stadiile timpurii între conceptele de arie și volum. De aceea în cercetarea noastră poate apărea că nu există nici un motiv să presupunem că activitatea în clasă cu volumul să înceapă tîrziu în școala primară.

Totuși proprietățile și caracteristicile volumului sînt mai variate decît cele ale masei și ariei. Ideile de volum dislocuit, măsurători tridimensionale sau egalitatea volumelor diferitelor forme cer un grad mai mare de dexteritate mintală decît este cerut pentru celelalte două concepte. Abilitatea de a păstra și a combina toate variabilele implicate în măsurătorile mai avansate ale volumului depășește pe elevii mai mici, și referitor la aceasta, înțelegerea volumului cere mai mult timp și mai multă experiență practică decît cer conceptele de masă și arie.

Argumentul ca conceptul de arie să preceadă pe cel de volum în etapele predării nu este invocat în întregime de noi. Ideea de arie sau

suprafață este, în unele privințe, mai abstractă decît cea de volum a unui obiect solid sau de spațiu total închis într-o cutie. Obiectele solide sau cît de mult poate să cuprindă o oală sînt legate de lumea reală observabilă a copilului și rămîne de discutat dacă aria unei suprafețe este întîlnită mai des în viața de fiecare zi a elevului mic. Din nefericire este destul de dificil să se obțină sau să se construiască materiale utile pentru predarea volumului și nu este cîtuși de puțin o sarcină ușoară să se planifice un capitol de predare, cînd un subiect are atît de multe aspecte. De aceea nu este surprinzător ca subiectul despre arie, care folosește formele plate relativ simple să fie predat mai des decît volumul.

Scriind sugestiile noastre pentru predarea volumului am ținut cont de următoarele principii:

(a) Conceptul trebuie să fie introdus la un stadiu mai timpuriu decît cel pentru care s-a predat.

(b) Conceptul este mult mai variat în aspectele sale decît celelalte două studiate și cere mai multă experiență practică pe o perioadă mai lungă de timp.

(c) Stadiile timpurii pot fi predate în paralel sau aproape în același timp cu stadiile similare în celelalte două concepte.

(d) Stadiile ulterioare cer un grad relativ înalt de înțelegere și abilitate de a minui un număr de variabile într-o investigație. Aceste abilități se poate să nu fie atinse de toți elevii din școala primară.

(e) Materialul practic trebuie proiectat cu grijă pentru a permite situațiilor de predare să acționeze de la stadiile mai simple de conceptualizare la cele mai complexe.

De aceea este de sperat ca profesorii să utilizeze materialele impuse pentru a determina ceea ce înțeleg sau nu înțeleg elevii de șapte ani și cei mai mari și a experimenta materialul pentru predare și sugestii. De specificat că nu avem nici o pretenție că acest paragraf este cel mai bun pentru toți copiii în toate situațiile. Este de așteptat ca profesorii să modifice, să adauge și să elaboreze materiale suplimentare și materiale asemănătoare pentru predare.

1 SORTARE, ARANJARE ȘI TERMINOLOGIE

În general am observat că elevii mici care observă volumul total al unui obiect o fac în termenii spațiului total ocupat de obiect. Ei nu descompun volumul în cele trei dimensiuni ale sale pentru a gîndi în termenii lungime $\times$ lățime $\times$ înălțime. Ultima relație este o idee însușită sau dobîndită, aplicabilă numai la anumite volume și elevul nu vede legătura unei astfel de idei cu conceptul său despre volum sau spațiu ocupat și aceasta pînă ce el învață aceasta ca un rezultat al experienței practice. Predarea volumului la stadii timpurii nu include calcule de acest tip, dar noi încurajăm copiii să gîndească volumul în termenii

a trei dimensiuni (separate). Încercăm să-i încurajăm să privească obiecte de volume identice, dar de dimensiuni diferite. Considerăm că o astfel de activitate de sortare și categorisire este importantă la acest nivel.

La un stadiu timpuriu copiii întâmpină dificultăți în înțelegerea terminologiei folosite în transmiterea ideii de volum. „Spațiul ocupat” este o expresie care depășește înțelegerea multor copii și chiar termenul mult mai obișnuit folosit „mărimea unei camere” nu are întotdeauna pentru ei semnificație tridimensională. Am notat că elevii schimbă cu ușurință la diferite momente semnificația acestor expresii; pînă la un punct „mărimea camerei” indică la un moment aria, iar la alt moment indică volumul. Profesorul trebuie să aibă grijă și să fie consecvent în alegerea și în utilizarea termenilor. Termenii abstracți ca „mărimea camerei” sau „volumul” nu dau copilului o imagine a volumului unui obiect și de aceea deseori am folosit cuvinte sau expresii care credem că dau impresii reale despre volumul total, ca de exemplu „cantitate de lemn”, „cantitate de ciocolată”. Se poate argumenta că astfel de termeni înseamnă mai mult decît volum și odată acceptată aceasta credem că îi ajută pe elevii mici să se gîndească la spațiul ocupat sau inclus. În ceea ce urmează astfel de termeni „reali” sînt folosiți împreună cu expresiile cele mai abstracte și astfel de expresii trebuie folosite de profesor și considerate de copii ca indicînd volumul. Deseori folosim cuvîntul „mărime” pentru a indica volumul din viața de fiecare zi, dar deoarece aceasta poate însemna și masă sau chiar lungime (mărimea pantofilor) considerăm că „mărime” trebuie folosit cu grijă de către profesor. Prin această activitate introductivă profesorul trebuie să folosească fiecare prilej de a vorbi cu copiii și a discuta acțiunile și afirmațiile lor. Copiii trebuie atît să discute între ei cît și cu profesorul investițiile lor. Înregistrarea unor astfel de discuții pe banda de magnetofon este un exercițiu important pentru profesor de a analiza folosirea de către elevi a cuvintelor care duc la neînțelegeri.

OBIECTIVE

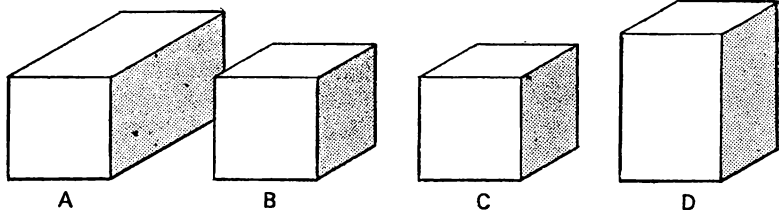
- (a) Să sorteze și să egaleze obiectele care au volume, forme și dimensiuni egale.
- (b) Să sorteze și să egaleze obiectele care au volume egale, dar de forme diferite.
- (c) Să încurajeze folosirea corectă a terminologiei.

Testul I A

MATERIAL IMPUS

Înainte de a folosi materialul impus a se referi la pag. 22 pentru îndrumări.

Aveți nevoie de blocuri de lemn: A , B , C , D (A și D au volume diferite).



Plasați blocurile pe masă ca în desen.
„Doresc să-ți imaginezi că acestea (indicați blocurile) sînt blocuri de ciocolată. Poți afla care blocuri au aceeași cantitate de ciocolată? Poți muta blocurile“.

Dacă este necesar repetați întrebarea.

Cînd elevul alege:

„De ce au aceeași cantitate de ciocolată?“

Dacă elevul răspunde *„deoarece au aceeași mărime, formă etc.“*

„Ce înțelegi prin aceeași formă/mărime? Poți să-mi arăți?“

Dacă elevul răspunde *„deoarece ele au aceeași înălțime/lățime/groșime/bază etc.“*

Arătați un alt bloc care are aceeași măsură pentru dimensiunea în cauză:

„Acesta are de asemenea aceeași înălțime/lățime etc. Are de asemenea aceeași cantitate de ciocolată?“

„De ce afirmi aceasta?“

ÎNREGISTRARE

1A Blocurile *B* și *C* au aceeași cantitate de ciocolată deoarece ✓
lungimile, lățimile și înălțimile lor sînt egale

Blocurile *B* și *C* au aceeași cantitate de ciocolată deoarece două ×
din dimensiunile lor sînt egale

Blocurile *B* și *C* au aceeași cantitate de ciocolată deoarece cîte ×
una din dimensiunile lor sînt egale

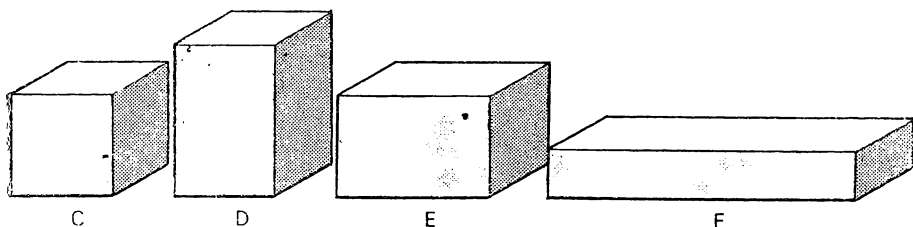
Oricare alt răspuns, la întîmplare, fără teme ✓

Nu este capabil să explice cuvintele „aceeași mărime“, „aceeași ?
formă“.

Testul I B

Aveți nevoie de patru blocuri din lemn: *C, D, E, F*. *D, E și F sînt egale în volum.*

Plasați blocurile pe masă ca în figura următoare



„Cîte dintre aceste blocuri au aceeaşi cantitate de ciocolată? Puteţi mişca blocurile“.

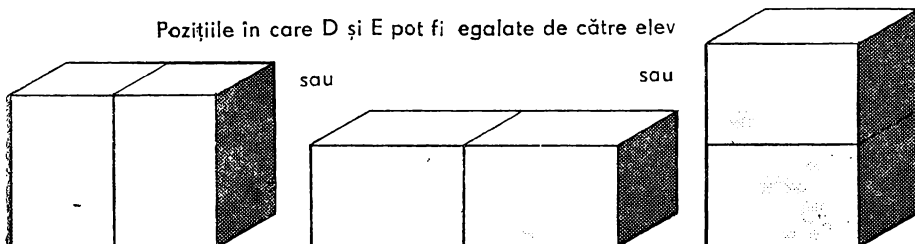
Dacă este necesar repetaţi întrebarea.

„Arătaţi-mi care blocuri au aceeaşi cantitate de ciocolată.“

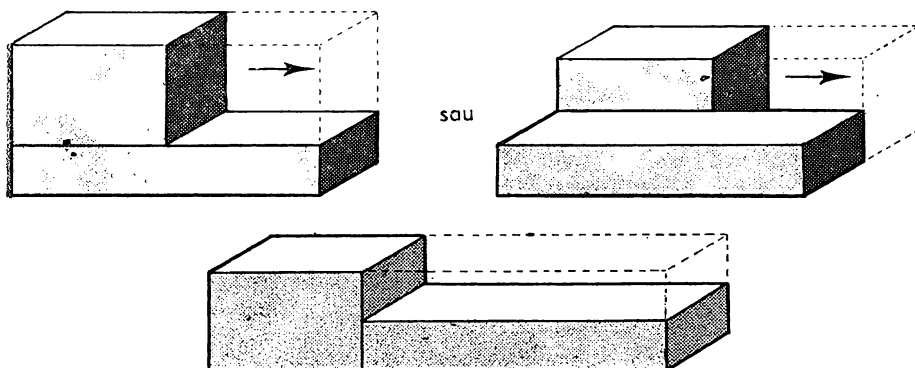
Dacă elevul alege oricare pereche fără să mişte sau să rotească blocurile pentru „egalare“:

*„Arată-mi de ce aceste blocuri au aceeaşi cantitate de ciocolată“ *.*

Poziţiile în care D şi E pot fi egalate de către elev



Poziţii în care D şi F pot fi egalate de către elev



Dacă elevul alege două din trei blocuri (D, E şi F) repuneţi blocurile în poziţiile lor iniţiale.

„Mai există blocuri care au aceeaşi cantitate de ciocolată?“

Dacă elevul alege a doua pereche fără „a egala“ blocurile, repetați întrebarea însemnată cu asterisc*.

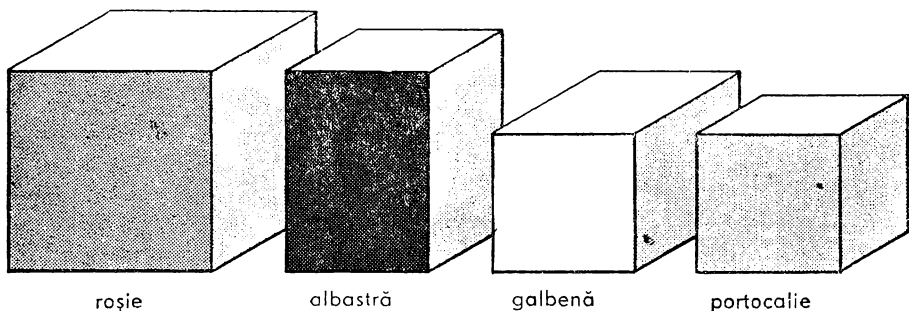
ÎNREGISTRARE

1B Alege <i>D</i> și <i>E</i> și <i>D</i> sau <i>E</i> și <i>F</i> și egalează dimensiunile	✓
Alege numai <i>D</i> și <i>E</i> și egalează dimensiunile	?
Alege <i>D</i> și <i>E</i> sau <i>E</i> și <i>F</i> fără a egala dimensiunile	?
Alege numai <i>D</i> și <i>E</i> fără a egala dimensiunile	×
Nici o alegere.	×

Testul 2

Aveți nevoie de patru cutii cu capace: una colorată în roșu, una în albastru, una galbenă, una portocalie (pentru a păstra capacele la locul lor în cursul acestui test se folosesc adezive pe ambele părți)

Plasați cutiile pe masă în următoarea ordine: roșie, albastră, galbenă și portocalie.



„Puteți afla care pereche de cutii ocupă același spațiu? Puteți muta cutiile.“

Dacă este necesar repetați întrebarea.

Cînd elevul alege:

„De ce ai ales pe acelea două?“

Dacă copilul face o alegere incorectă sfîrșiți testul și continuați cu nr. 3.

Dacă copilul răspunde *„deoarece ele au aceeași mărime/formă etc.“*

„Ce înțelegi prin aceeași mărime/formă. Poți să-mi arăți?“

Dacă elevul nu poate explica, sfîrșiți testul și continuați cu nr. 3.

Altfel procedat.

Dacă elevul alege cutiile albastră și galbenă și menționează numai o dimensiune, de exemplu înălțimea, arătați atît cutia roșie cît și cea portocalie care au o dimensiune egală cu aceea din răspunsul dat de elev.

„Aceasta are de asemenea aceeași înălțime/lățime etc. Ocupă același spațiu?”

„De ce afirmi aceasta?”

ÎNREGISTRARE

Cutiile albastră și galbenă ocupă același spațiu; a egalat lungimile, lățimile și înălțimile ✓

Cutiile albastră și galbenă ocupă același spațiu; a egalat numai două dimensiuni ×

Cutiile albastră și galbenă ocupă același spațiu; a egalat numai o dimensiune ×

Orice altă alegere; fără alegere ×

Testul 3

Aveți nevoie de o cutie portocalie fără capac; 2 blocuri

Arătați elevului interiorul cutiei.

„Există spațiu în interiorul acestei cutii?”

Plasați un bloc în cutie.

„Există acum un spațiu liber în interiorul cutiei?”

Plasați al doilea bloc în cutie deasupra primului.

„Există acum un spațiu liber în interiorul cutiei?”

ÎNREGISTRARE

Există spațiu în interiorul cutiei pînă ce al doilea bloc este plasat în interior

Oricare alt răspuns sau fără răspuns

Testul 4 A

Aveți nevoie de cutia roșie, cea albastră de la testul 2 (fără capace)

Plasați cutiile roșie și albastră aproape una de alta pe masă.

„Priviți cu grijă în interiorul cutiilor. Dacă se pun jucării în fiecare dintre aceste cutii și se umplu, cutia roșie va cuprinde aceeași cantitate de jucării ca și cutia albastră, sau va cuprinde o cantitate diferită?”

Dacă elevul răspunde „aceeași”

„De ce afirmi aceasta?”

Dacă elevul răspunde „diferită”

„De ce cuprinde mai mult?”

„De ce afirmi aceasta?”

Testul 4 B

Aveți nevoie de cutia roșie, cea galbenă din testul 2 (fără capace)

Plasați cutiile roșie și galbenă aproape una de alta pe masă.

„Priviți cu grijă aceste cutii. Cutia roșie are același spațiu în interior ca și cutia galbenă, sau are spațiu diferit?”

Dacă elevul răspunde „același”

„De ce afirmi aceasta?”

Dacă elevul răspunde „diferit”

„Care cutie are mai mult spațiu în interior?”

„De ce afirmi aceasta?”

Testul 4 C

Aveți nevoie de cutia galbenă de la testul 2; o cutie verde (fără capace)

Plasați cutia verde aproape de cea galbenă pe masă.

„Priviți cu grijă în interiorul acestor cutii. Are cutia galbenă același spațiu interior ca și cutia verde, sau are spațiu diferit?”

Dacă elevul răspunde „același”

„De ce afirmi aceasta?”

Dacă elevul răspunde „diferit”

„Care cutie are mai mult spațiu în interior?”

„De ce afirmi aceasta?”

ÎNREGISTRARE LA 4A, 4B ȘI 4C PE RÎND

Cutia albastră sau cea galbenă conține sau are spațiu mai mare în interior, deoarece este mai adâncă, sau deschiderea sa este mai largă sau are pereți mai subțiri ✓

Ambele cutii conțin aceeași cantitate sau au în interior același spațiu, deoarece ambele cutii au aceeași mărime sau deschiderea este aceeași / aceeași secțiune transversală / sau deschiderile au aceeași adâncime ?

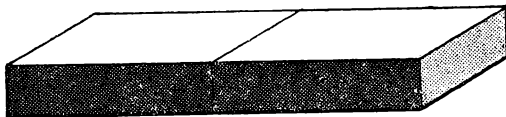
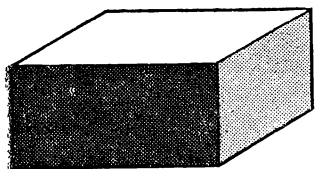
Ambele cutii conțin aceeași cantitate sau au același spațiu în interior, deoarece o deschidere este mai largă, dar cealaltă este mai adâncă ✗

Cutia roșie conține mai mult, are spațiu mai mare în interior, deoarece are pereții mai groși sau deoarece este o cutie mai mare ✗

Oricare alt răspuns, fără temei, la întîmplare ✗

Testul 5

Aveți nevoie de două blocuri verzi: unul format din două jumătăți



Plasați blocurile verzi pe masă așa cum se arată.

„Acest bloc (indicați blocul singur) ocupă același spațiu ca acele blocuri împreună sau ocupă un spațiu diferit? Puteți mișca blocurile“.

Dacă elevul răspunde „același“

„De ce afirmi aceasta?“

Dacă elevul răspunde „diferit“

„Care bloc ocupă mai mult spațiu?“

„De ce afirmi aceasta?“

ÎNREGISTRARE

Ambele figuri ocupă același spațiu, un bloc a fost tăiat în două, se poate forma din ambele părți aceeași figură sau alt raționament corect ✓

Ambele ocupă același spațiu deoarece un bloc este mai lung, dar celălalt este mai adânc sau mai lat ?

Un bloc ocupă mai mult spațiu deoarece un bloc este mai lung, mai lat sau are o suprafață mai lungă, „pare mai mare“ etc. ×

Oricare alt răspuns, fără temei, la întimplare, sau fără răspuns. ×

(v. testul 6)

INTERPRETARE

La acest nivel încercăm să obținem câteva indicații despre abilitatea copiilor de a gândi despre volum, atât în termenii dimensiunilor separate, cât și privind în ansamblu obiectele examinate. Obiectele sînt cuboizi (paralelipiede) simpli și volumele lor pot fi comparate cu ușurință prin potrivire și nu se cere să se efectueze nici o măsurătoare. De exemplu, se poate vedea cu ușurință că un bloc este de două ori mai lung, dar are jumătate din înălțimea altuia și deoarece lățimile lor sînt egale este ușor de dedus că ambele au același volum.

Întrebările se pun sub două forme. Într-o formă expresia „cantitate de ciocolată“ este folosită pentru a indica elevului că întrebarea se referă la conceptul de volum. În a doua formă se folosește expresia „ocupă același spațiu“. Dacă elevii răspund incorect la ambele forme de între-

bări ei nu au probabil un concept clar despre volum sau felul de a pune întrebările îi zăpăcește complet. Dacă copiii răspund corect la o formă de întrebare, dar nu și la cealaltă, tragem concluzia că la acest nivel fie conceptul lor despre volum nu este bine precizat, fie că un termen sau o expresie are o semnificație diferită pentru elevi. Din astfel de răspunsuri profesorul trage concluzii pentru predarea ulterioară.

Etapa 1. În prima parte copiii aleg cu ușurință obiectele de volume și forme similare. Obiectele care pot fi comparate în modul cel mai simplu sînt cuburile. În partea a doua sînt posibile două comparații. Prima: un bloc poate fi întors pe o față diferită (în mod concret sau în mintea elevului) pentru potrivirea exactă și a doua: un bloc trebuie tăiat în minte în jumătăți și cele două jumătăți așezate una peste cealaltă face posibilă egalizarea cu celălalt volum. 85% dintre elevii de șapte ani și jumătate pot stabili egalitatea prin întoarcerea unui bloc, dar puțini sînt capabili să explice cu cuvinte acțiunile lor. Cifra se ridică la 93% pentru cei de zece ani și mulți pot de asemenea explica acțiunile lor. Se dau astfel indicații despre un concept de spațiu total închis, dar elevii mai mici nu-și pot exprima cu cuvinte ideile lor. Alegerea figurii care este de două ori mai lungă, dar cu o jumătate de înălțime este mai dificilă pentru elevii mai mici. Puțini sînt cei care vizualizează relațiile dintre volume și ei confundă diferitele dimensiuni.

Etapa 2. Acest test folosește termenul mai abstract „același spațiu” și pentru grupul de copii între șapte ani și jumătate și zece ani, numărul celor care aleg blocurile corecte este considerabil mai mic decît cel de la testul 1 ($70 \frac{1}{2} \%$ pentru copii de șapte ani și jumătate, $85 \frac{1}{2} \%$

pentru cei de zece ani). Foarte puțini sînt capabili să explice cu cuvinte de ce volumele sînt egale, majoritatea dînd răspunsuri bazate pe egalitatea numai a unei sau două dimensiuni. De exemplu „Ele ocupă același spațiu, deoarece au aceeași înălțime”.

Etapa 5. Acesta corespunde părții a doua a testului 1 prin aceea că examinează abilitatea elevului de a compensa o dimensiune cu alta. Aici, totuși este prevăzut un indiciu prin introducerea unui bloc tăiat în două jumătăți. Expresia „spațiu” este utilizată din nou. 60% dintre copiii de șapte ani și jumătate au răspuns corect și cifra se ridică la 89% pentru cei de zece ani. Cei care nu au răspuns corect au legat expresia „spațiu” de lungime, lățime sau suprafață a unui bloc și au răspuns corespunzător. Din acest test și din partea a doua a testului 1 rezultă că la acest nivel copiii au nevoie de practică pentru egalarea volumelor formelor simple și au nevoie să se familiarizeze cu termenii și expresiile, care sînt folosite pentru a indica volumul.

Etapa 3. Acest test verifică de fapt ce înțeleg copiii prin termenul „spațiul din interiorul cutiei”. Foarte puțini copii nu înțeleg această expresie.

Etapa 4. Primele două cutii au interioarele lor de aceeași lățime și lungime, dar una este mai adâncă. Cealaltă cutie (de volum interior mai mic) are pereții mai groși. Deși gradul de percepere cerut este relativ simplu răspunsurile corecte variază între 45% pentru copiii de șapte ani și jumătate și 62% pentru cei de zece ani. Mulți copii nu au reușit să examineze adâncimea cutiei sau nu au putut descoperi că adâncimea uneia este mai mare decât a celeilalte, iar grosimea pereților duce la confuzii sau pe alții îi distrage. Următoarele două cutii sînt identice cu prima, dar expresia „spațiu” este folosită în locul expresiei „cantitate de jucării”. Procentajul copiilor care au reușit variază acum de la 55% pentru cei de șapte ani și jumătate, la 70% pentru cei de zece ani. Puțini elevi au atins un grad de învățare și înțelegere, iar elevii care înțîmpină greutăți iau în considerație factorii nerelevanți (grosimea pereților) sau nu reușesc să examineze cele trei dimensiuni. Cea de a treia pereche de cutii de lățimi diferite, dar cu toate celelalte dimensiuni la fel nu are atît de multe caracteristici care distrag (adică există numai o variabilă) și elevii reușesc mai bine să aprecieze volumul interior. (Cifrele corespunzătoare sînt 75% pentru șapte ani și jumătate și 90% pentru zece ani.)

Astfel de răspunsuri la aceste teste par să indice necesitatea unor experiențe practice de egalare și de construire de volume similare pentru blocuri simple de forme variate și de dezvoltare a unui vocabular adecvat de termeni și expresii. Rezultatele noastre arată de asemenea că elevii găsesc mai dificil de înțeles conceptul de volum interior referitor la un obiect, decât volumul solid în termenii unui bloc.

CÎTEVA SUGESTII PENTRU PROFESOR

1 EGALITATEA VOLUMELOR

Acesta este un procedeu mai complex decât cel de egalitate a ariilor figurilor, deoarece elevii au acum de luat în considerație trei în loc de două dimensiuni. Se sugerează ca elevii să fie ajutați în mod direct de către profesor, înainte de a aborda activitatea similară în mod independent. În acest scop se pot utiliza blocurile din testul 1. Din nou trebuie folosit termenul realist de „cantitate de lemn” împreună cu termenul abstract „volum”. Astfel elevul va înțelege treptat semnificația universală a cuvîntului „volum” și-l va folosi întotdeauna în mod corect.

1A Material. Blocuri de la testul 1.

Întrebările devin treptat mai dificile.

(i) *Alege care bloc are aceeași cantitate de lemn (același volum) ca acesta* (indicați figura B).

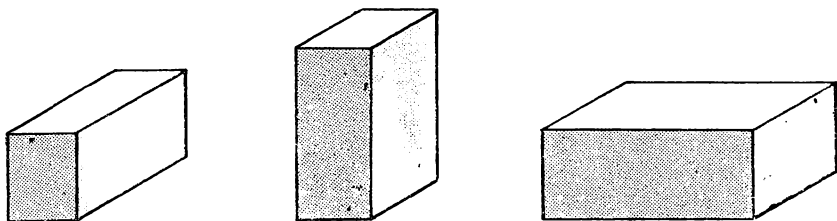
(ii) *Alege care bloc are aceeași cantitate de lemn (același volum) ca acesta* (indicați figura D).

Acesta este similar cu (i), dar copilul trebuie să-și imagineze blocul rotit astfel încât să „pară la fel”.

(iii) Când se întreabă care blocuri au același volum ca F, el trebuie să-și imagineze blocurile D sau E tăiate în jumătăți și așezate în prelungire. Aceasta este mult mai dificil și trebuie demonstrat așa cum se prezintă în testul 1.

1B Material. Blocuri din lemn asortate; cercuri Venn sau cercuri desenate cu creta pe masă sau pe podea.

(i) Șase blocuri de șase forme diferite (toate având unghiuri de 90° , adică nu se folosesc blocurile triunghiulare) sînt împrăștiate în fața copilului. Blocurile cu suprafețele dreptunghiulare sînt plasate în diferite moduri. A se vedea ilustrația următoare. . .

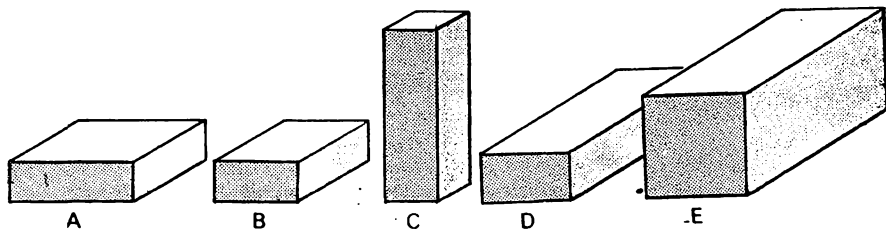


Profesorul ia cîte un bloc din cele de forme diferite și desenează un cerc în jurul lui (adică șase cercuri). Elevul este apoi întrebat:

„Puneți toate blocurile care au aceeași cantitate de lemn (același volum) cu acesta (indicați una dintre formele din cercul respectiv) împreună cu el în cerc”.

Aceasta se repetă pe rînd pentru fiecare formă. Nu este necesară nici o înregistrare deoarece cercul formează o schemă naturală de înregistrare.

(ii) Următorul paragraf este puțin mai dificil. Blocurile sînt aranjate ca mai înainte. Cîteva blocuri suplimentare sînt selectate cu grijă și etichetate A, B, C etc. Elevului i se pun întrebări de tipul următor:



1. Alege două blocuri care împreună au aceeași cantitate de lemn (același volum) ca A.

2. Alege 4 blocuri care împreună au aceeași cantitate de lemn (același volum) ca E.

3. *Alege 8 blocuri care împreună au aceeași cantitate de lemn (aceleași volum) ca D.*

Dacă elevul poate răspunde corect la acest tip de întrebări, i se pot pune apoi altele mai complicate.

Subliniați răspunsurile corecte:

4. *Care bloc are aceeași cantitate de lemn (are același volum) ca A ?*
B ... C ... D ... E.

5. *Care bloc are aceeași cantitate de lemn (aceleași volum) ca C ?*
A ... B ... D ... E.

6. *Câte blocuri C împreună vor avea același volum ca D ?*

Se pot folosi de asemenea formele triunghiulare dacă este necesară o mai mare varietate.

IC

VOLUMUL INTERIOR

Cînd copiilor li s-a cerut să afle care cutie „are mai mult spațiu interior” (a se vedea testul 13) s-a văzut că foarte puțini au putut răspunde. Dintre cei care au răspuns foarte puțini au fost aceia care au umplut o cutie cu apă și apoi au turnat apa în cea de a doua cu scopul de a ajunge la un răspuns. Cînd li se dă ocazia copiii deseori încearcă să folosească un cilindru de măsură intermediar. În activitatea următoare elevul este îndrumat „să descopere” această metodă de comparare a volumelor interioare. Sînt comparate deodată numai două cutii și elevului nu i se cere să pună cutiile în ordine.

Material. Cutii de la testele 2, 3 și 4 (fără capace); nisip uscat sau orez, pîlnie cu deschidere mare, bile din plastic.

(i) I se dau elevului cutiile galbenă și roșie.

„Privește în interiorul cutiilor. Care cutie are un volum mai mare în interior ? Care cutie cuprinde mai mult nisip ? Care are mai mult spațiu în interior ? (Indicați spațiul din interiorul fiecărei cutii.)

„Turnați nisip în interiorul cutiei roșii pînă ajunge la marginea de sus”.

Elevii deseori nu-și dau seama că este important să umple cutiile pînă sus. Pentru a folosi metoda corectă de a umple cutiile, i se poate cere elevului să utilizeze capacul pentru a curăți surplusul de nisip. Elevului i se arată cum se folosește pîlnia pentru a turna nisip din cutia roșie în cutia galbenă.

„Este cutia galbenă plină cu nisip ?”

„Goliți nisipul din cutie”.

„Care cutie are un volum interior mai mare ? Care cutie cuprinde mai mult nisip ? Care are mai mult spațiu în interior ?”

(ii) I se dau elevului cutiile galbenă și portocalie și se repetă procedeul ca la (i), umplînd cu nisip întîi cutia galbenă. Cînd se toarnă

nisipul din cutia galbenă în cea portocalie, nisipul se va revărsa. Mai multe activități de această natură vor fi necesare, dacă elevul este nepregătit în tehnica de comparare a volumelor interioare. În cazul când elevul se descurcă la exercițiile (i) și (ii), atunci indicațiile pot fi simplificate. (iii) I se dau elevului cutiile albastră și roșie.

„Află care cutie are un volum interior mai mare? Care cutie cuprinde mai mult nisip? Care cutie are mai mult spațiu în interior?”

Această activitate poate fi extinsă pentru ca elevii să se obișnuiască cu tehnica de a turna dintr-o cutie în alta. Alte vase sînt diferitele cutii din plastic de la frigider și sticlele de la detergenți sau cutiile pentru smîntînă etc.

Înregistrarea poate fi sub forma unor propoziții simple de tipul:

Cutia ... are mai mult spațiu interior decît cutia ...

Cutia ... are un volum interior mai mare decît cutia ...

Se accentuează faptul că profesorul trebuie să introducă la acest nivel numai compararea simultană a două cutii. Nu se încearcă să se plaseze cutiile în ordinea volumului lor, deoarece aceasta cere din partea elevului un grad mai avansat de analiză și memorare a informațiilor.

2. CONSERVAREA ȘI SIMPLA MĂSURARE A VOLUMULUI

În capitolele precedente s-a arătat că elevii, la un nivel timpuriu de conceptualizare, întîmpină greutăți în a înțelege că dacă o minge din plastilină este alungită masa ei rămîne neschimbată sau dacă o arie plană dreptunghiulară formată din piese separate este alungită prin schimbarea poziției figurilor sale, aria sa rămîne neschimbată. În ambele exemple mulți copii cred că deoarece ceva s-a schimbat vizibil, atunci masele și ariile sau alte proprietăți par de asemenea schimbate. Acest mod de a gîndi a fost discutat la fiecare dintre aceste concepte și acum reexaminăm punctul de vedere al copiilor, referitor la conceptul de volum.

Piaget afirmă că abilitatea de a conserva este un important stadiu în dezvoltarea conceptului și dacă copiii nu au priceput această idee, atunci trebuie să luăm în considerare etapele de predare posibile pentru a-i îndruma către conservare înainte de a merge mai departe. De aceea la acest moment introducem unitățile de volum, astfel încît copiii să le poată utiliza pentru compararea volumelor a două obiecte sau volumelor din interiorul cutiilor. Ca și în capitolele precedente nu se încearcă să se introducă direct unitatea de volum standard. Copiii trebuie să-și imagineze unitățile de volum ca blocuri, care toate au același volum. Nu dorim ca elevii numai să numere centimetrii cubi și eventual să sfîrșească prin a da cifra rezultată, ci mai degrabă sperăm să încurajăm răspunsurile bazate pe observarea volumelor similare și diferite și pe folosirea unităților diferite de volum.

Copiii între șapte și nouă ani au deseori dificultăți în manipularea blocurilor mici și câteodată nu sînt capabili să folosească blocurile pentru construirea obiectelor de forme și volume similare cu altele date. La acest nivel sînt importante exercițiile de manipulare. Pentru această activitate timpurie recomandăm blocurile de volum mai mare decît centimetrul cub și trebuie să fim atenți să nu încurajăm ideea că unitățile de volum trebuie să fie cuburi. Majoritatea argumentelor generale prezentate în capitolul despre conservarea ariei se aplică de asemenea la această activitate și cititorul trebuie să-și reamintească de acestea înainte de examinarea următorului paragraf pentru predare.

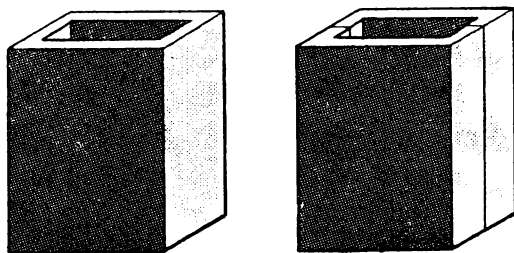
OBIECTIVE

- (a) Să se examineze problema conservării.
- (b) Să se încurajeze un punct de vedere mai larg despre conservare, care nu este limitat numai la aparențe. Folosirea măsurătorilor simple.
- (c) Să se ia în considerare relația dintre unitățile de volum.

MATERIAL IMPUS

Testul 6

Aveți nevoie de două cutii de lemn; una formată din două jumătăți



Plasați cele două cutii pe masă aproape una de alta.

„Stai în picioare și privește în interiorul acestor cutii. Dacă pun jucării în fiecare dintre aceste cutii și le umpli pînă sus, această cutie (indicați) va conține aceeași cantitate de jucării ca și cutia (indicați) aceea sau va conține o cantitate diferită?”

Dacă elevul răspunde „diferită”

Egalați dimensiunile exterioare și folosiți o riglă pentru a măsura adîncimea interioară. Apoi repetați întrebarea.

Dacă elevul răspunde încă „diferită” încheiați testul.

Dacă elevul răspunde „la fel” continuați.

„Priviți cu atenție”.

Asamblați în alt mod a doua cutie și plasați-o aproape de prima.

„Dacă torn jucării în fiecare dintre aceste cutii și le umplu, această cutie va conține aceeași cantitate ca și cea cutie sau va conține o cantitate diferită?”

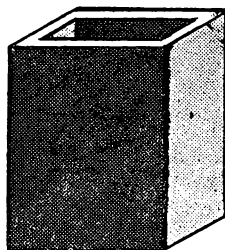
Dacă elevul răspunde „*aceeași*”

„*De ce afirmi aceasta?*”

Dacă elevul răspunde „*diferită*”

„*Care cutie va conține mai mult?*”

„*De ce afirmi aceasta?*”



ÎNREGISTRARE

Ambele cutii conțin aceeași cantitate deoarece ele sînt la fel ✓
de la început, nimic nu a fost îndepărtat sau adăugat sau alt
răspuns corect

Ambele cutii conțin aceeași cantitate, deoarece o cutie este mai ?
lungă, dar alta este mai adîncă etc.

O cutie va conține mai mult deoarece este mai lungă, mai ×
adîncă etc.

Oricare alt răspuns, fără temei, la alegere, sau fără răspuns. ×

Testul 7 A

Aveți nevoie de două farfurii adînci; un vas înalt necalibrat; un pahar de laborator de diametru mare; o cană pentru apă.

Plasați cele două farfurii pe masă.

„Voi turna aceeași cantitate de apă în fiecare farfurie”.

Se umplu cu apă pînă la același nivel.

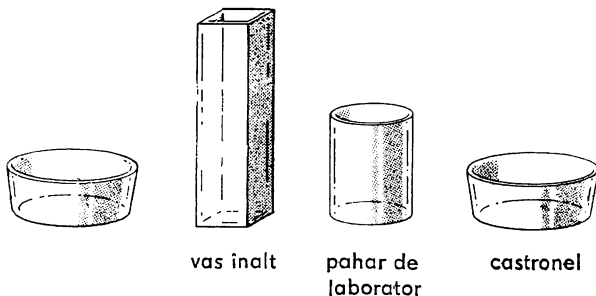
„Este aceeași cantitate de apă în fiecare dintre acestea?”

Dacă este necesar se ajustează nivelul de apă pînă ce elevul este mulțumit.

„Privește cu atenție”.

Turnați apa dintr-o farfurie adîncă în vasul înalt.

Turnați apa din cealaltă farfurie adîncă în paharul de laborator și așezați vasele ca mai jos.



„Conține acesta (indicați vasul înalt) aceeași cantitate de apă ca acela (indicați paharul de laborator), sau conține o cantitate diferită de apă?”

Dacă elevul răspunde „aceeași”

„De ce afirmi aceasta?”

Dacă răspunde „diferit”

„Care conține mai multă apă?”

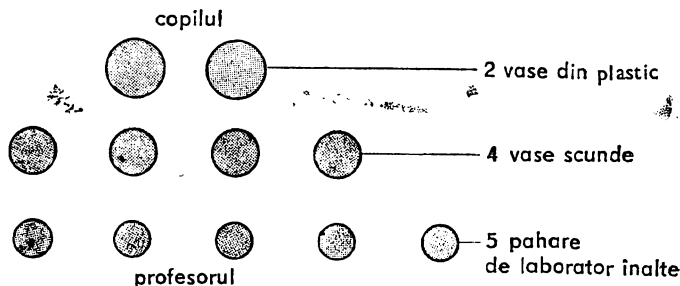
„De ce afirmi aceasta?”

Turnați apa înapoi în cană.

Testul 7 B

Aveți nevoie de două pahare de laborator de formă conică; cinci cilindri mici de diametre mici; patru cilindri scunzi, mici.

Așezați toate vasele pe masă.



Umpleți pe jumătate cele două pahare de laborator mari.

„Este aceeași cantitate de apă în fiecare dintre acestea?”

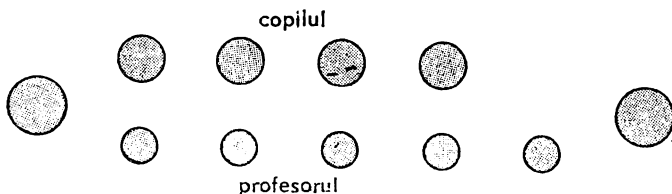
Dacă este necesar ajustați nivelele de apă pînă ce elevul este mulțumit.

„Priveste cu atenție”.

Turnați toată apa dintr-un pahar de laborator mare în patru cilindri scunzi astfel ca nivelele de apă să fie diferite.

Turnați toată apa din cel de-al doilea pahar de laborator mare în cei cinci cilindri înalți astfel ca nivelele de apă să fie diferite.

Plasați cele două pahare de laborator mari câte unul la fiecare capăt al rândurilor de cilindri mici.



„Dacă aveți toți aceia (indicați cei 4 cilindri scunzi) și eu am toți aceștia (indicați cei 5 cilindri înalți) veți avea mai multă apă, mai puțină apă decât mine sau aceeași cantitate?”

„De ce afirmi aceasta?”

ÎNREGISTRARE PENTRU 7A ȘI 7B PE RÎND

Ambii au aceeași cantitate de apă deoarece a fost la început aceeași cantitate de apă în ambele pahare de laborator, nimic nu s-a îndepărtat sau adăugat sau alt raționament corect ✓

Ambii au aceeași cantitate de apă, unul este mai larg decât altul, altul este mai înalt; cilindrii scunzi sînt mai largi, ceilalți cilindri sînt mai înalți ?

Mai multă apă într-unul deoarece apa este mai „înaltă” sau mai „largă” sau deoarece cilindrul este mai „înalt” sau mai „larg” ×

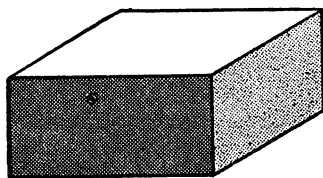
Mai multă apă în cei 5 cilindri deoarece „sînt mai mulți” sau deoarece „apa este mai înaltă” sau mai multă apă în cei patru cilindri scunzi deoarece ei sînt mai „largi” ×

Oricare alt răspuns, fără temei, la alegere ×

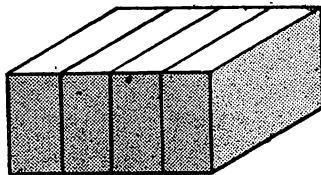
Testul 8 A

Aveți nevoie de un bloc masiv verde; patru blocuri roșii.

Plasați cele patru blocuri roșii pe masă lângă blocul verde astfel încît dimensiunile și formele celor două corpuri verde și roșu să fie aceleași.



verde



roșu

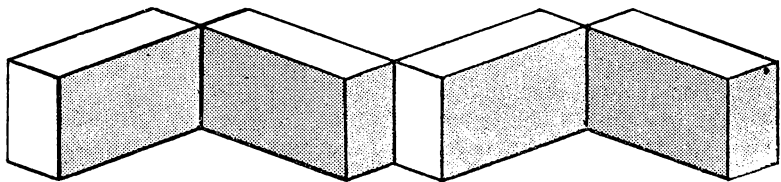
„Blocul roșu ocupă același spațiu ca și blocul verde sau ocupă un spațiu diferit?”

Dacă este necesar demonstrați prin comparație că lungimile, lățimile și ariile transversale ale ambelor blocuri sînt identice și repetați întrebarea de mai sus.

Dacă elevul răspunde „Nu”, continuați la (*)

Dacă elevul răspunde „Da”, continuați.

Rearanjați blocurile roșii așa cum se vede în de desenul următor



„Blocul roșu ocupă același spațiu ca și blocul verde sau ocupă un spațiu diferit?”

Dacă elevul răspunde „același”

„De ce afirmi aceasta?”

Dacă elevul răspunde „diferit”

„Care ocupă mai mult spațiu?”

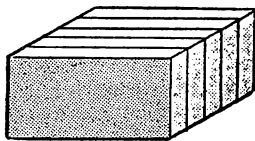
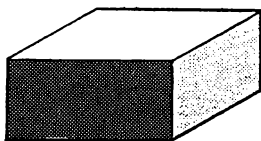
„De ce afirmi aceasta?”

(*) Îndepărtați forma roșie A.

Testul 8 B

Aveți nevoie de un bloc masiv verde; cinci blocuri portocalii

Plasați cele cinci blocuri portocalii pe masă lângă blocul verde astfel încît dimensiunile formelor portocalii și verde să fie aceleași.



„Dacă aceste două blocuri ar fi confecționate din ciocolată, blocul portocaliu va avea aceeași cantitate de ciocolată ca și blocul verde sau va avea o cantitate diferită de ciocolată?”

Dacă este necesar demonstrați, prin egalitatea dimensiunilor, că ambele blocuri au dimensiuni identice și repetați întrebarea de mai sus.

Dacă elevul răspunde „Nu”, încheiați testul și continuați cu nr. 9.

Dacă elevul răspunde „Da” continuați.

Rearanjați blocurile portocalii la fel cum au fost rearanjate blocurile roșii.

„Forma portocalie are aceeași cantitate de ciocolată ca și forma verde sau are o cantitate diferită de ciocolată?”

Dacă elevul răspunde „*aceeași*”

„De ce afirmi aceasta?”

Dacă elevul răspunde „*diferită*”

„Care are mai multă ciocolată?”

„De ce afirmi aceasta?”

ÎNREGISTRARE PENTRU 8A ȘI 8B PE RÎND

Ambele blocuri ocupă același spațiu, au aceeași cantitate de ciocolată, deoarece au fost la fel de la început, nimic nu s-a scos sau adăugat sau alt raționament corect ✓

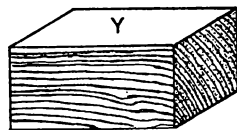
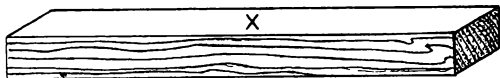
Ambele blocuri ocupă același spațiu, au aceeași cantitate de ciocolată, deoarece un bloc este mai lung, dar celălalt este mai lat ?

O formă ocupă mai mult spațiu, conține mai multă ciocolată, deoarece este mai lungă, mai lată etc. ×

Oricare alt răspuns, la întimplare, fără temeii ×

Testul 9

Aveți nevoie de două blocuri de lemn: X și Y; douăzeci și patru blocuri-unități



Plasați cele două blocuri X și Y și blocurile—unități pe masă.

„Aflați care dintre aceste două blocuri ocupă mai mult spațiu. Care conține mai mult lemn? Doresc să folosiți aceste blocuri (indicați unitățile).”
Repețați întrebarea dacă elevul ezită.

„Care ocupă mai mult spațiu? Care conține mai mult lemn?”

„De ce afirmi aceasta?”

ÎNREGISTRARE

A folosit unități pentru a construi două blocuri identice cu X și Y. Pentru Y a folosit 12 blocuri unități, pentru X a folosit 11, de aceea Y ocupă mai mult spațiu. ✓

Construiește două blocuri identice cu X și Y. Răspunsul final și raționamentul sînt incorecte sau fără raționament ?

Folosește blocurile pentru a acoperi una sau mai multe suprafețe ale lui X și/sau ale lui Y, plasează blocurile în jurul perimetrelor sau măsoară lățimile, înălțimile sau lungimile cu unități ×

Nu este capabil să opereze sau oricare alt răspuns ×

(v. testul 10)

Etapa 6. Copilul vede întâi că cele două cutii sînt identice ca formă și că volumele lor interioare sînt aceleași și le egalează. Apoi o cutie este reasamblată astfel încît devine o cutie lungă. Copilul trebuie acum să facă față schimbării aparente a cutiei și indicațiile sînt concepute pentru a scoate în evidență ideea de conservare a volumului sau pentru ideea că volumul s-a schimbat datorită schimbării dimensiunilor. 50% dintre copiii de șapte ani și jumătate, 70% dintre cei de opt ani și jumătate și 80% dintre cei de zece ani ajung la concluzia că volumul se conservă, dar dintre cei care consideră că volumul s-a schimbat 40% dintre copiii de șapte ani și jumătate, 30% dintre cei de opt ani și jumătate și 15% dintre cei de zece ani explică aceasta deoarece cutia este „mai lungă”, „mai puțin adîncă” etc. Acești copii iau în considerație numai o dimensiune și-și bazează concluziile pe această observație neadecvată. Aceste cifre se apropie de cele obținute pentru testul 7 din materialul impus pentru arie și deoarece celelalte etape caută să întărească aceste descoperiri se sugerează că predarea conservării volumului să fie realizată aproape în același timp cu predarea conservării ariei. Considerăm că la acest nivel de dezvoltare mulți elevi, care pînă acum și-au bazat înțelegerea lor despre conservare numai pe observații, nu pot beneficia de experiențele practice legate de acest subiect.

Etapa 7. Acest test pregătește același tip de probleme, dar folosește lichide. Această situație bine cunoscută de la Piaget îl pune pe elev în dilemă. El trebuie să-și bazeze concluziile sale numai pe aparențe, de exemplu: „Există mai multă apă în cilindrul înalt, deoarece este la un nivel mai înalt” sau „există mai multă apă în acel rînd de pahare de laborator, deoarece există mai multe pahare” sau apreciază ideea de conservare și dă răspunsuri de tipul: „E aceeași cantitate de apă în ambii cilindri sau sticle deoarece a existat aceeași cantitate inițial în cele două castroane”. Un număr destul de mare de copii nu sesizează în acest test ideea de conservare (poate factorul memorie este mai important în acest test). Aceia care nu reușesc să conserve volumul la acest stadiu vor trebui să beneficieze de experiențele practice ulterioare.

Etapa 8. Aceasta este o variantă a testului precedent dar examinează conservarea legată de materialul solid. Rezultatele studiului nostru au fost similare cu cele obținute pentru testul 6. Aceeași proporție de copii au considerat că blocul extins „a ocupat mai mult spațiu”, deoarece este mai lung. Copiii care au folosit inițial termenul „spațiu mai mare” pentru a indica volumul îl folosesc acum pentru a indica aria. O proporție considerabilă de copii care dau acest răspuns incorect au răspuns corect, cînd s-a folosit termenul „cantitate de ciocolată”. Copiii pot întâmpina astfel dificultăți în înțelegerea unui concept, deoarece nu le este clară semnificația termenilor folosiți.

Etapa 9. Deoarece un număr mare de copii între șapte și zece ani nu reușesc să conserve volumul în testele precedente se indică un

capitol în predare, care să folosească măsurări simple. De aceea acest test examinează abilitatea copiilor de a compara două volume (blocuri de lemn) folosind blocurile simple ca unități. Numai 13% dintre copiii de șapte ani și jumătate, 17% de opt ani și jumătate și 30% de zece ani au rezolvat aceasta cu succes. Mulți copii au utilizat unitățile pentru a acoperi suprafețele blocurilor care trebuiau comparate, alții au utilizat unitățile pentru a face construcții în jurul blocurilor sau le-au folosit pentru a măsura înălțimi, lățimi sau lungimi în scopul de a ajunge la numărul de comparat. Foarte puțini copii au fost capabili să folosească unitățile pentru a construi blocuri, care să fie identice în formă și volum cu blocurile inițiale. Conceptul lor încă imprecis despre volum nu le-a permis să rezolve cu succes această operație practică.

CÎTEVA SUGESTII PENTRU PROFESOR

În prima jumătate a acestui paragraf sarcina este de a utiliza unitățile pentru măsurări simple. Aceste activități pun accentul pe atenția elevilor asupra numerelor egale de unități de volum similare și pe faptul că acestea pot fi confecționate într-o varietate de forme, toate de volum egal. Urmează apoi exerciții practice de utilizare a acestor blocuri unități pentru a construi obiecte similare în formă cu blocurile. Toate măsurătorile încurajează copiii în a compara două obiecte și nu se încearcă să se folosească unitățile pentru a plasa obiectele în ordinea volumelor. Odată ce copiii au înțeles ideea unităților și folosirea lor, ei posedă o metodă de comparare și măsurare a volumului obiectelor, care sînt de diferite volume sau și-au schimbat volumul ca rezultat al schimbării formei.

De notat că una dintre sarcini este să se ceară elevului să prevadă răspunsurile sale înainte de măsurarea reală. Măsurarea singură nu poate face pe elevi să gîndească despre acțiunile lor și astfel judecata preliminară este o caracteristică importantă a situației de învățare. Odată examinat volumul solidului și volumul interior al cutiilor urmează exerciții similare cu volumul lichidului.

Acest paragraf pare să sugereze, la prima vedere, timpul afectat experienței și cîțiva copii care inițial nu au reușit să conserve volumul își vor da seama imediat de ce au greșit, dar mulți vor avea nevoie de toate activitățile în mod metodic, precum și de mai multe experiențe de natură similară înainte de a înțelege ferm ideea de conservare și a o aplica în toate situațiile similare. De sugerat ca unele dintre testele impuse să fie aplicate numai după ce s-a făcut predarea în mod complet, astfel ca acestea să devină teste impuse „de verificare”.

În concluzie se sugerează că profesorul trebuie să decidă asupra termenilor utilizați pentru a indica volumul și să fie în permanență conștient, cînd copiii pot interpreta acești termeni în moduri diferite.

Discuția cu copiii folosind materialul practic este esențială și profesorul nu trebuie să se bazeze în întregime pe utilizarea fișelor de lucru și cuvintelor scrise, la acest stadiu important al dezvoltării conceptului.

2 MĂSURĂRI SIMPLE ȘI CONSERVARE

2 A

FOLOSIREA UNITĂȚILOR

Ca și la celelalte concepte se introduc unitățile standard după ce elevul a mînuit o varietate de unități și începe să-și dea seama de necesitatea unităților standard.

Material. Treizeci unități $2 \times 2 \times 4$ cm din testul 9.

I se cere elevului să numere blocurile și să le pună într-o grămadă, și repetă aceasta pînă ce se constituie cinci grămezi de cîte șase blocuri.

„Folosește toate aceste șase blocuri din prima grămadă pentru a construi o formă înaltă.”

„Folosește toate cele șase blocuri din cea de a doua grămadă pentru a construi o formă lungă și îngustă”.

„Folosește toate cele șase blocuri din cea de a treia grămadă pentru a construi o formă scurtă și lată”.

„Folosește toate cele șase blocuri din cea de a patra grămadă pentru a construi o formă în L.”

„Folosește toate cele șase blocuri din cea de a cincea grămadă pentru a construi oricare altă formă”.

După ce s-au construit aceste forme elevului i se poate pune următorul tip de întrebări. Deoarece este dificil să se deseneze formele, elevului i se pot pune întrebările oral.

1 *„Forma înaltă are aceeași cantitate de lemn (același volum) ca și forma scurtă, lată?”*

„De ce afirmi aceasta?”

2 *„Poate forma lungă și îngustă să se schimbe într-o formă L, care să aibă aceeași cantitate de lemn (același volum) ca și aceasta?”*

(Indicați forma L deja construită) *„Arată-mi”.*

Depinzînd de răspunsurile elevului se pot da multe exemple de astfel de întrebări.

2 B

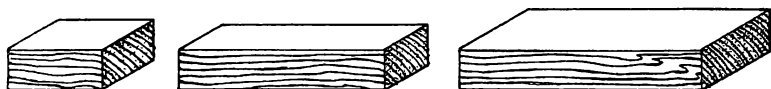
MĂSURAREA VOLUMELOR FORMELOR

Mulți copii de toate vîrstele au dificultăți în compararea volumelor blocurilor, deoarece ei nu sînt capabili să construiască forme identice cu ajutorul unităților date. Cea mai obișnuită dificultate a apărut la

blocurile care cer două rînduri de unități, iar copilul construiește numai un rînd, nereușind să considere și înălțimea. Profesorul trebuie să ajute pe elevi să depășească aceste dificultăți înainte ca să se desfășoare activitățile ulterioare individuale sau în grup. Practica sugerează să se înceapă cu măsurarea volumelor blocurilor, care pot fi reproduse cu ajutorul unui singur rînd de unități și apoi să se progreseze la două rînduri.

Material. Elemente care se grupează (sau ceva echivalent).

Cuburile cele mai mici pot fi folosite ca unități. Selectați cîteva forme „plate”.



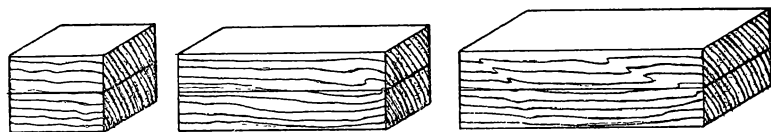
„Folosește aceste blocuri din lemn (indicați cuburile) pentru a construi o formă care să arate exact la fel cu aceasta (indicați prima formă)”.

După ce copilul a terminat de construit forma.

„Forma care ai construit-o acum are aceeași cantitate de lemn (aceiași volum) cu această formă? (indicați prima formă)”.

„Cîte blocuri mici ai folosit pentru a construi forma?”

Dacă elevul întîmpină dificultăți la aceasta, profesorul va trebui să egaleze dimensiunile primului bloc și să constate că elevul construiește blocul său asemenea formei originale. Acest exercițiu este repetat pentru alte forme „plate”. Al doilea stadiu este de a plasa blocurile identice deasupra formelor „plate”, astfel ca blocurile să aibă înălțimea dublă.



Procedul este repetat, dar acum elevul trebuie să folosească două rînduri de cuburi pentru a construi forme identice. Se pot proiecta mai multe activități de aceeași natură folosind trei sau mai multe rînduri, dacă elevul are nevoie de mai multe exerciții practice.

2 C *Material.* Elevii ar trebui acum să fie capabili să măsoare volumul a diferite blocuri. În acest exercițiu se folosesc unitățile paralelipipedice, pe care unii copii le găsesc dificil de mînuit. Ei au dificultăți în așezarea lor în diferite poziții pentru a reproduce forma de măsurat.

Blocurile trebuie să fie etichetate cu câte o literă.

A. $8 \times 6 \times 2$ cm (bloc verde de la testul 5)

B. $10 \times 8 \times 2$ cm

C. $8 \times 6 \times 4$ cm (bloc verde de la testul 5)

D. $6 \times 4 \times 4$ cm

E. Blocuri unități: $4 \times 2 \times 2$ cm

X. $4 \times 2 \times 22$ cm (de la testul 9).

La acest stadiu elevii compară numai două forme deodată și nu li se cere să pună blocurile în ordine.

„Folosește blocurile unități pentru a construi o formă, care are aceeași cantitate de lemn (același volum) ca și A“.

„Folosește blocurile unități care au aceeași cantitate de lemn (același volum) ca și D“.

Completați următoarele propoziții:

Forma A este confecționată din ... blocuri unități.

Volumul formei D este ... blocuri unități.

Care formă are un volum mai mare, A sau D? ...

Elevul poate fi pus să compare în mod similar mai multe perechi de blocuri.

2 D

CONSERVARE

Odată depășite dificultățile în măsurarea volumului blocurilor folosind unitățile, copilul trebuie acum să fie pregătit pentru tehnica de a investiga conservarea volumului.

Material. Blocuri care se pot desfășura, din testul 8: unul verde $8 \times 6 \times 4$ cm, unul roșu constituit din 4 blocuri $6 \times 4 \times 2$ cm; unul portocaliu constituit din 6 blocuri $8 \times 1 \times 4$ cm; blocuri unități din testul 9.

După aranjarea celor patru blocuri roșii și șase portocalii, astfel ca ele să fie identice ca formă cu blocul verde, elevului i se cere să folosească blocurile unități pentru a măsura volumele fiecărei forme.

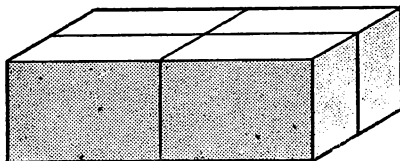
„Înconjuțați răspunsul corect:

Forma verde are același volum ca și 8, 10, 12, 14 blocuri unități.

Forma roșie are același volum ca și 8, 10, 12, 14 blocuri unități.

Forma portocalie are același volum ca și 8, 10, 12, 14 blocuri unități.

Schimbați forma roșie așa cum se arată în figură.“

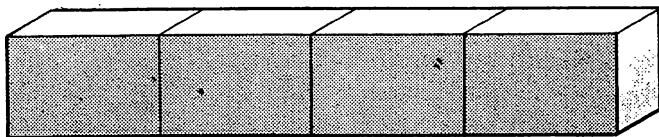


„Cîte blocuri unități credeți că vor fi nevoie pentru a construi o formă care să semene exact cu cea roșie și să aibă același volum ca și cea roșie? 8; 10; 12; 14.

Folosiți blocurile unități pentru a vedea dacă aveți dreptate.

Forma roșie are același volum ca și ... blocuri unități.”

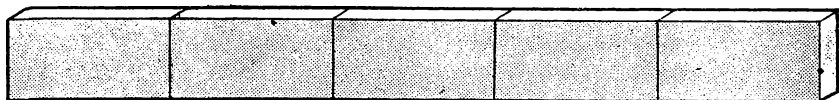
Acest procedeu este repetat cu blocul roșu desfășurat:



Elevul are astfel două șanse de a remarca că desfășurarea formei roșii nu alterează volumul ei, aceasta înainte de a i se pune întrebările finale, care constituie de fapt evaluarea.

„Forma portocalie are același volum ca ... blocuri unități.”

„Schimbați forma portocalie astfel ca ea să semene exact cu figura”.



„Forma portocalie lungă are același volum ca și 10; 12; 14; 16 blocuri unități.”

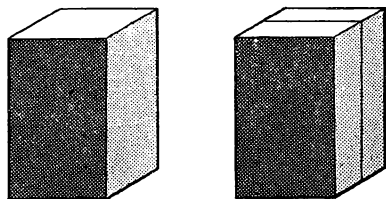
„De ce afirmi aceasta?”

În măsura în care elevul nu este capabil să construiască o formă identică cu ajutorul blocurilor unități, el trebuie să fie capabil să conserve volumul pentru a ajunge la răspunsul corect. Activități similare pot fi formulate folosind elementele care se grupează.

2 E Material. Două cutii din lemn din test 6 etichetate A și B; trei blocuri verzi din testul 5; blocuri unități $2 \times 2 \times 4$ cm din testul 9.

În acest paragraf elevul folosește blocurile verzi ca un pas intermediar în descoperirea faptului că volumul interior celor două cutii nu se alterează chiar dacă forma cutiei se schimbă.

Elevului i se cere să asambleze cutiile verzi așa cum se vede în figură și să folosească blocurile unități pentru a măsura volumele lor.



„Ambele forme verzi au același volum ca și ... blocuri unități.“

„Puneți blocul verde mai mare în cutia de lemn A (cutia întreagă) și cele două blocuri verzi mai mici în cutia de lemn B (cutia împărțită).“

Elevului i se cere să îndepărteze blocurile verzi și să răspundă la următoarea întrebare:

„Cutia de lemn A are același spațiu în interiorul ei (același volum interior) ca și cutia de lemn B?“ Da/Nu.

Dacă elevul răspunde „Nu“ vor trebui să se pună întrebări pentru a se afla motivul acestei lipse de înțelegere, astfel încât el să poată fi corectat. I se indică apoi elevului să reasambleze cutiile din lemn B ca în figură, să plaseze cele două cutii verzi mai mici în interiorul cutiei și apoi să scoată blocurile și să le plaseze pe masă așa cum se vede:



„Câte blocuri unități sînt necesare pentru a construi o formă care are același volum ca și forma verde lungă? 8; 10; 12; 14; 16.“

„Puteți verifica pentru a vedea dacă ați răspuns corect?“

După construirea formei lungi din unități.

„Forma pe care ai construit-o acum se va potrivi exact cu interiorul cutiei din lemn B?“

„De ce afirmi aceasta?“

Următoarea activitate este legată de conservarea lichidelor.

2F Material. Cilindru înalt neetalonat — de diametru 25 mm (7A), o farfurie adîncă (din testul 7A), o cariocă, o cană de apă și un castron. Trei cartonașe galben, albastru și verde, necesare în timpul activității.

Profesorul trebuie să traseze o linie orizontală cu carioca la 1—2 cm de la capătul de sus al cilindrului.

Elevului i se cere să umple cilindrul cu apă pînă la semn și apoi să toarne apa în farfuria adîncă. Apoi cilindrul se umple din nou cu apă pînă la semn. Elevii trebuie îndrumați să umple corect vasele pînă la semn.

„Este aceeași cantitate de apă în farfuria adîncă ca și în vasul înalt sau este mai multă sau mai puțină apă?“

„Dacă crezi că e mai multă apă în farfuria adîncă decît în vasul înalt arată cartonașul galben.“

„Dacă crezi că este aceeași cantitate de apă în farfuria adîncă ca și în vasul înalt arată cartonașul albastru.“

„Dacă crezi că este mai puțină apă în farfuria adîncă decît în vasul înalt arată cartonașul verde.“

Cartonașul galben. „Varsă apă din farfuria adîncă pînă cînd crezi că este aceeași cantitate de apă în farfuria adîncă ca și în vasul înalt.”

„Goliți vasul înalt. Vărsați apa din farfuria adîncă înapoi în vasul înalt.”

„Se urcă apa pînă la semn?” Da/Nu.

Cartonașul albastru. „Vărsați apa din vasul înalt. Vărsați apa din farfuria adîncă în vasul înalt.”

„Se urcă apa pînă la semn?” Da/Nu

„Este aceeași cantitate de apă în vasul înalt ca și în farfuria adîncă?” Da/Nu.

Cartonașul verde. „Vărsați apa mai multă din vasul înalt în farfuria adîncă pînă ce credeți că este aceeași cantitate de apă în farfuria adîncă ca și în vasul înalt.”

„Goliți vasul înalt. Vărsați apa din farfuria adîncă înapoi în vasul înalt.”

„Apa se ridică pînă la semn?” Da/Nu.

Sistemul de cartonașe colorate poate fi folosit de copiii care lucrează în mod individual sau în grupuri, dar profesorul poate în schimb să-i supravegheze. Dacă elevul răspunde în mod incorect și folosește cartonașele galben și verde, profesorul poate demonstra conservarea lichidului folosind materialul din testul 7 și apoi repetă tipul de activitate arătat în paragraful de mai sus cu diferite vase, pînă ce copilul constată că volumul a fost conservat.

2 G Material. Trei cilindri etalonați A, B, C (A = 25 mm diametru, B = 38 mm diametru, C = 50 mm diametru); trei farfurii adînci (din testul 7A), o cariocă, un vas pentru apă, un lighean.

Profesorul trebuie să traseze o linie orizontală cu carioca la aproximativ 1 sau 2 cm de la capătul de sus al cilindrului cel mai îngust (ca în 2F de sus). Elevului i se cere să:

„Umple vasul înalt A pînă la semn. Să verse apa din A în B. Să însemne cu o cariocă pînă unde se ridică apa.”

„Să verse apa din B în C. Să însemne cu o cariocă pînă unde se urcă apa.”

„Să verse apa din C în farfuria adîncă.”

„Dacă s-a turnat apă în A pînă la semn și apoi apa a fost vărsată în următoarea farfurie adîncă, înseamnă pînă unde crezi că se va urca apa.”

„Dacă s-a turnat apă în B pînă s-a ajuns la semn și apoi apa a fost vărsată în ultima farfurie adîncă, înseamnă pînă unde crezi că se va urca apa.”

„Folosești apa pentru a verifica dacă ai avut dreptate.”

Semnele de pe farfurii vor arăta profesorului dacă elevul a răspuns corect. Alte vase pot fi folosite, dacă este necesar să se repete astfel de activități.

2 H Material: Opt vase transparente etichetate *A, B, C* etc. (fiecare vas trebuie să fie diferit ca formă și volum); cană pentru apă; pîlnie; bol din plastic.

Se trasează cu o cariocă o linie orizontală pe vase. Vasul *A* este însemnat primul și patru dintre celelalte (*B, C, F* și *H*) sînt însemnate în mod asemănător, astfel ca volumul de apă care se ridică pînă la semn în *A* să se ridice de asemenea pînă la semnele de pe *B, C, F* și *H, D* și *G* sînt însemnate astfel încît să fie necesară mai puțină apă pînă să ajungă la semn și pentru *E* să fie necesară mai multă apă.

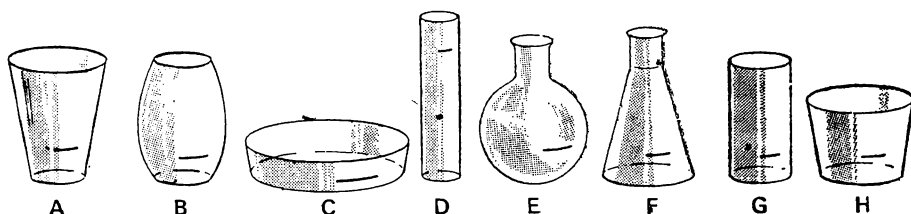
Elevului i se cere să umple *A* cu apă pînă la semn. Apa este apoi vărsată din *A* în *B*.

„Apa care se ridică pînă la semn în *A* se ridică pînă la semn în *B*? Este vasul *A* marcat la același volum ca vasul *B*?” *Da/Nu*.

Dacă copilul răspunde „da” el poate fi întrebat:

„Află în același mod care alte vase sînt însemnate cu același volum ca și *A*”.

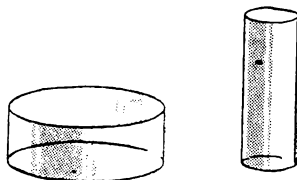
„Pe figură desenează un cerc în jurul vaselor care sînt însemnate la același volum ca și *A*”.



2 I Material: Vase; cană pentru apă; carioca; pîlnie; bol din plastic.

(i) I se dau elevului două vase ale căror dimensiuni pot fi comparate pentru a arăta că au același volum (a se vedea figura).

Elevului i se cere să compare dimensiunile lor.



„Umpleți forma lungă pînă sus cu apă”.

După ce ați umplut prima formă.

„Dacă vărsați apa din forma lungă în forma înaltă însemnați cu carioca pînă unde se ridică apa”.

Acest exercițiu simplu poate fi folosit ca un procedeu de evaluare pentru a vedea dacă elevul a înțeles conservarea.

(ii) I se dau elevului o cutie de $7,5 \times 7,5 \times 7,5$ cm și alta de $5 \times 5 \times 15$ cm și i se cere:

„Umpleți o cutie pînă sus cu apă. Apoi vărsați această apă în cea de a doua cutie.”

„Cele două cutii conțin aceeași cantitate de apă? Au ele același volum interior?” Da/Nu.

„Goliți cutiile.”

I se dau elevului cubul $5 \times 5 \times 5$ cm și i se indică să umple acest cub cu apă pînă sus și să toarne apa în cutia lungă.

„De cîte ori trebuie să umpli cubul mic și să torni apa în cutia lungă astfel ca această cutie să fie umplută pînă sus cu apă?” 1; 2; 3; 4; 5.

„De cîte ori trebuie să umpli cubul mic și să torni apa în cubul mare pentru ca el să fie umplut pînă sus cu apă?” 1; 2; 3; 4; 5.

„De ce afirmi aceasta?”

„Poți verifica pentru a vedea că ai dreptate?”

3. MĂSURĂRI SUPPLEMENTARE A VOLUMULUI

Acum activitatea devine mai complexă și variată și cere din partea elevilor un nivel mai ridicat de analiză. De exemplu acum ei trebuie să plaseze blocurile în ordinea volumului lor și să selecteze dimensiunile blocurilor, astfel ca aceasta să nu poată fi făcută prin simplă observație; se cer un număr de măsurări a volumului. De asemenea activitatea practică cere mai multe exerciții de manipulare decît în exercițiile precedente. La acest stadiu apare necesitatea unităților de volum standard.

În exerciții se cere un mare număr de măsurări separate înainte de a se ajunge la o soluție și înregistrarea acestora devine importantă. De asemenea în acest paragraf introducem ideea că volumul cuboizilor poate fi reprezentat folosind relația lungime $\times$ lățime $\times$ înălțime și este dat în unități adecvate. În predare studiul acestei relații are ca scop mai degrabă înțelegerea ideii decît memorarea și măsurări repetate. În mod similar elevii sînt mai întîi îndrumați către metoda de concepere a unui cilindru pentru măsurare înainte de a folosi unul gata realizat. În acest scop cilindrii și vasele care vor fi etalonate trebuie alese cu grijă, astfel încît să aibă loc diferențe apreciable ale nivelului lichidului cînd volumul apei diferă cu una dintre unitățile de volum alese. Ca și în paragrafele similare despre conceptele de masă și arie, elevilor li se cere acum să interpreteze sistemele lor de înregistrare, iar exercițiile progresează către procedee mai avansate de investigație științifică.

OBJECTIVE

- (a) Să se introducă unitatea standard de volum.
- (b) Să se introducă investigațiile care cer un grad mai mare de gândire, analiză și deprinderi practice.
- (c) Să se încurajeze alcătuirea de concluzii bazate pe analiza totală a unui număr de măsurători.

CÎTEVA SUGESTII PENTRU PREDARE

Pentru prima dată elevul trebuie să serieze blocurile în ordinea volumului lor. Pentru a face aceasta el utilizează graficul sub formă de bloc, astfel ca să nu fie implicată memoria sa.

3A Material. Două blocuri din testul 5: unul de $8 \times 6 \times 4$ cm, unul de $8 \times 6 \times 2$ cm; un bloc de la forma roșie din testul 8 ($6 \times 4 \times 2$ cm); un bloc de la testul 9 (blocul X $4 \times 2 \times 22$ cm).

Urmează blocuri suplimentare: cîte unul de $8 \times 4 \times 4$ cm; $12 \times 4 \times 4$ cm; $6 \times 4 \times 4$ cm; $6 \times 6 \times 4$ cm; $14 \times 4 \times 2$ cm. (Fiecare bloc trebuie marcat cu o literă.) Blocurile unități $2 \times 2 \times 4$ cm din testul 9.

I se dau elevului blocurile și i se cere să măsoare volumul lor folosind blocurile unități.

Rezultatele pot fi înregistrate sub forma unui grafic bloc, fiecare formă unitate fiind reprezentată printr-o piesă dreptunghiulară de hîrtie gumată. I se cere elevului să interpreteze înregistrarea sa și să răspundă la întrebări de tipul următor:

„Forma A este constituită din ... blocuri unități.”

„Volumul formei X este de ... blocuri unități.”

„Care formă este constituită din cele mai multe blocuri unități, care formă are volumul cel mai mare?”...

„Care formă este constituită din cele mai puține blocuri unități, care formă are volumul cel mai mic?”...

Pînă acum elevul are destulă experiență practică în folosirea blocurilor unități pentru măsurarea volumului. Pentru parte a doua a exercițiului volumul acelorasi blocuri poate fi aflat folosind unitățile centimetri cubi, după ce s-a discutat necesitatea și avantajele unităților standard.

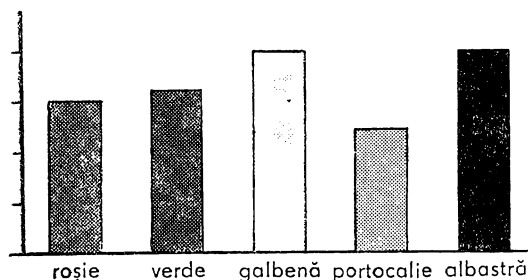
Elevului i se cere să numere unitățile într-un mod sistematic, deoarece este mai ușor să facă greșeli acum cînd numărul de unități a crescut; adică, după construirea unui bloc identic cu rînduri de unități, copilului trebuie să i se indice să numere cîte unități sînt pe un rînd și apoi să găsească numărul de rînduri. Această tehnică devine necesară dacă sînt folosite ca unități blocuri solide mai mari ($5 \times 5 \times 5$ cm). Va trebui să se predea multor copii această tehnică de numărare.

VOLUMUL INTERIOR FOLOSIND UNITĂȚILE STANDARD

Material. Cutii de la testele 2, 3 și 4; unități centimetri cubi.

În evaluarea simplă din testele 2, 3 și 4 elevilor li se cerea să compare volumele interioare a perechilor de cutii, selectate cu grijă. Acum, cu ajutorul unităților și graficului sub formă de bloc (folosit ca la 1 de mai sus) elevului i se cere să pună cutiile în ordinea volumului lor interior.

„Folosiți unitățile centimetri cubi pentru a măsura volumul din interiorul cutiilor roșie, verde, galbenă, portocalie și albastră.”



„Scrieți culoarea cutiilor în ordinea volumului din interiorul cutiilor. Scrieți mai întâi culoarea cutiei, care are volumul din interiorul ei cel mai mic, apoi următoarea pînă ce ultima culoare pe care o scrieți să fie cutia care are volumul interior cel mai mare.”

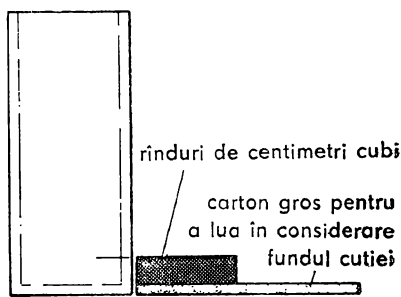
REALIZAREA UNUI VAS PENTRU MĂSURĂTOARE

Pentru ca să se înțeleagă folosirea unui vas sau cilindru pentru măsurări, întâi elevului i se arată cum poate fi etalonat. Această activitate trebuie precedată de o discuție care accentuează necesitatea unui astfel de instrument pentru măsurarea volumelor lichidelor.

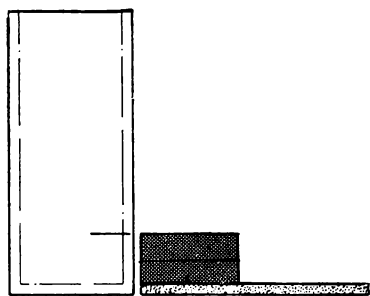
Material. Cutie transparentă din plastic de secțiune transversală 5×5 cm; cilindri etalonați; cariocă.

Primul vas care trebuie etalonat este o cutie înaltă cu secțiune transversală sub formă de pătrat 5×5 cm. Aceasta permite copilului să construiască rînduri succesive de 25 cm^3 lîngă cutie. După ce fiecare rînd a fost completat, se desenează cu grijă pe cutie un semn orizontal. Odată etalonată cutia în cîte 25 centimetri cubi, ea poate apoi fi folosită la etalonarea cilindrilor sau vaselor de formă neregulată.

În activitatea care urmează elevul trebuie să fie îndrumat să privească nivelul apei din vas, la nivelul ochiului și să se discute cu el motivul pentru care trebuie făcut așa. Pentru a realiza etalonarea cu o mai mare acuratețe va fi folositoare plasarea unei bucăți de carton sau dale de vinil lângă cutie, pentru a egala grosimea bazei din plastic a cutiei.



„Folosiți unitățile pentru a construi o formă care să se potrivească exact cu interiorul cutiei din plastic. Forma trebuie să fie construită lângă cutie așa cum se vede în desen. La început se construiește un rând de unități pe o bucată de carton, lângă cutie“.



„Folosiți carioca pentru a însemna pe cutie pînă unde se află capătul de sus al unităților.“

„Construiți al doilea rând de unități peste primul rând. Însemnați pe cutie pînă unde se ridică marginea de sus a celui de-al doilea rând de unități.“

Rezultatele pot fi înregistrate astfel:

1. Cîte unități centimetri cubi se află pe primul rând? 10; 15; 20; 25; 30; 35.
2. Dacă se toarnă apă în cutie pînă ajunge la primul semn, cîtă apă va fi atunci în cutie? 10; 15; 20; 25; 30; 35 centimetri cubi.

3. Câți centimetri cubi sînt în primul rînd și în cel de-al doilea rînd împreună? 20; 30; 40; 50; 60 centimetri cubi.
4. Dacă apa s-a turnat în cutie pînă la al doilea semn, cîtă apă va fi în cutie? 25; 30; 35; 40; 45; 50 centimetri cubi.
5. Dacă apa din cutie se află exact pînă la cel de-al doilea semn, ce cantitate de apă mai trebuie turnată în cutie pentru ca apa să se ridice pînă la cel de-al treilea semn? 15; 20; 25; 30; 40; 50; 60 centimetri cubi.
6. Scrieți sub fiecare desen cîtă apă este în cutie.



... centimetri cubi (cm^3)



... centimetri cubi (cm^3)



... centimetri cubi (cm^3)



... centimetri cubi (cm^3)



... centimetri cubi (cm^3)



... centimetri cubi (cm^3)

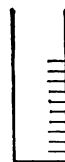
7. Desenați cîte o linie pe diagramă pentru a arăta pînă unde se ridică apa în fiecare cutie.



50 cm^3



125 cm^3



200 cm^3

Dacă copilul realizează cu succes această activitate el poate folosi cutia din plastic pentru a etalona cilindrul sau oricare alt vas. I se indică să toarne 25 cm^3 de apă în cutii (adică pînă la primul semn) apoi să toarne aceasta în cilindru și să însemne nivelul cu carioca. Aceasta trebuie repetat pentru 50 cm^3 , 75 cm^3 etc.

Multe alte exerciții pot apărea din această activitate, adică:

(i) Verificați etalonarea cutiei folosind un vas cumpărat pentru măsurări sau un pahar de laborator (măsurat).

(ii) Folosiți cutia etalonată pentru măsurarea volumelor interioare ale cutiilor roșie, galbenă, portocalie, verde și albastră din testele impuse 2, 3 și 4. Rezultatele pot fi comparate cu graficul sub formă de bloc realizat în exercițiul 2. (Notă. Se poate folosi în loc de apă nisip uscat, deci cutia de etalonat trebuie să fie absolut uscată.)

(iii) Se poate afla volumul a variate vase, adică a vaselor de plastic din gospodărie. (Ar fi bine să se evite vasele din sticlă.)

3 D

FOLOSIREA RIGLEI PENTRU A MĂSURA VOLUMUL

Pasul de la folosirea blocurilor unități la folosirea riglei pentru determinarea volumului este foarte dificil pentru mulți elevi. Copilul trebuie să urmărească o serie de exerciții gradate pentru a înțelege de ce lungimea $\times$ lățimea $\times$ înălțimea = volumul unui cub. Următoarea activitate nu trebuie încercată pînă ce copilul nu înțelege cum să măsoare aria folosind o riglă și nu a reușit să rezolve cu succes activitățile de la pagina 56 pînă la pagina 63

Material. Blocuri: $A : 4 \times 2 \times 1 \text{ cm}$

$B : 4 \times 2 \times 2 \text{ cm}$

$C : 3 \times 2 \times 1 \text{ cm}$ (ultimul număr aici este

$D : 4 \times 2 \times 2 \text{ cm}$ înălțimea blocului)

$E : 3 \times 2 \times 2 \text{ cm}$

$F : 3 \times 2 \times 3 \text{ cm}$

A , B și D sînt construite din unități centimetri cubi sau lipite împreună permanent sau fixate temporar cu o bandă care aderă pe ambele părți. C , E și F nu sînt însemnate. Blocurile trebuie să fie etichetate cu o literă pe suprafața de sus și trebuie prezentate de către profesor.

Rigla (o bandă veche de la mașina de scris) ; și unități centimetri cubi.

Cînd se cere să se afle volumul lui A și B i se indică elevului numărarea metodică a unităților centimetri cubi. La C el trebuie întii să folosească rigla în scopul de a calcula volumul. Apoi trebuie să verifice folosind unitățile. Deoarece există un singur rînd de unități lucrul este simplu.

„Privește blocul A . Cîte unități centimetri cubi sînt în primul rînd?”

primul rînd



„Cîte rînduri de unități sînt?”

„Sînt ... unități centimetri cubi în rîndul de sus”.

„Sînt ... rînduri de unități, deci volumul lui *A* este ... centimetri cubi.”

Procedul de a pune întrebări și de înregistrare este repetat pentru blocul *B*.

primul rînd.

	B		

Se trece apoi la blocul *C*.

„Privește blocul *C*. Folosește rigla pentru a afla cîte centimetri cubi sînt în primul rînd”.

„Cîte rînduri de unități sînt?”

Înregistrarea este la fel ca mai înainte.

„Folosiți blocurile centimetri cubi pentru a construi aceeași formă ca și *C*. Numărați cîte unități sînt în primul rînd și apoi numărați cîte rînduri de unități sînt. Ați avut dreptate cînd ați folosit rigla?”

Dacă elevul reușește să afle cu succes volumul unui bloc construit dintr-un singur strat de unități, el poate acum să continue cu blocul *D*. Aceasta trebuie realizată în două părți.

1. Află cîte centimetri cubi sînt în stratul de sus de unități.

2. Află cîte straturi de unități sînt.

Privește partea de sus a blocului *D*.

Numără unitățile pentru a completa următoarele propoziții.

Sînt ... unități centimetri cubi în primul rînd.

Sînt ... rînduri de unități, deci volumul stratului de sus de unități este ... centimetri cubi.

Blocul este constituit din ... straturi de unități centimetri cubi.

Volumul blocului *D* este ... unități centimetri cubi.

Același procedeu este repetat pentru blocurile *E* și *F*. Deoarece blocurile nu sînt constituite din unități, elevul trebuie să folosească rigla pentru a completa propozițiile. În cele din urmă, blocurile pot fi reproduse folosind unități separate, astfel ca elevul să poată verifica rezultatele sale.

4. VOLUMUL DISLOCUIT

Mulți dintre copiii testați (de la șapte ani la unsprezece ani) știau că un bloc de metal plasat într-un vas cu apă este „împins în afară” sau dislocuiește o parte din această apă și nivelul apei se va ridica. Totuși această cunoștință singură este insuficientă pentru ca elevul să înțeleagă clar ideea de volum dislocuit. Fără această înțelegere elevii nu vor putea afla de ce anumite lucruri plutesc și altele nu și multe dificultăți par să se creeze în ultima perioadă a activității lor științifice. Deseori în primii

ani ai gimnaziului, elevilor li se cere să desfășoare activități care presupun că ei posedă cunoștințe clare despre volumul dislocuit.

Dacă copiii nu cunosc relația între volumul de lichid dislocuit și volumul obiectului care este sub suprafața lichidului, care cauzează dislocuirea, ei nu vor putea să urmărească principii mai complicate, ca de exemplu plutirea sau principiul lui Arhimede. O înțelegere clară a volumului dislocuit joacă un rol important în dezvoltarea generală a conceptului de volum.

Pentru elevi ideea de dislocuire este dificil de înțeles, deoarece ei văd atât apa dislocuită de un obiect, cât și alți factori pe care-i consideră importanți, dar de fapt nu sînt legați de problema studiată. De exemplu, cercetarea precedentă arată că elevii gîndesc că volumul total al vasului sau volumul de lichid din vas afectează volumul de lichid ce va fi dislocuit de un obiect. Cîțiva consideră că masa unui obiect este un factor important, în timp ce alții cred că dacă un obiect se cufundă mai adînc într-un lichid se va dislocui mai mult lichid. Mulți cercetători au examinat ideile copiilor despre volumul dislocuit plasînd cuburi de metal într-un vas cu apă și punînd întrebări despre această singură situație practică. Din nefericire evidența obținută din exemple izolate nu ne dă posibilitatea să ajungem la concluzii definite asupra nivelului de înțelegere al elevilor. Pentru acest motiv copiii trebuie să realizeze multe experiențe și profesorul trebuie să le pună întrebări în diferite moduri.

Părerile copiilor arată că ei tatonează problema cauzei și efectului, dar conceptul lor despre volumul dislocuit nu pare să se îmbunătățească pînă ce ei nu participă la activități practice, în care examinează acei factori ce par importanți dar care dovedesc că n-au legătură cu problema. Trebuie concepute cu grijă activități desemnate să ajute copiii în însușirea acestui concept, prin examinarea pe rînd a acestor factori.

OBIECTIVE

- (a) Să introducă elevilor ideea de volum dislocuit prin exerciții practice, care sînt alese cu grijă.
- (b) Să încurajeze elevii în examinarea factorilor pe care ei îi cred că afectează volumul dislocuit.
- (c) Să prezinte un șir larg de experiențe, prin care să descopere care dintre acești factori nu afectează volumul dislocuit.
- (d) Să ajungă la înțelegerea volumului dislocuit prin măsurări și comparații.

MATERIAL IMPUS

Testul 10

Aveți nevoie de un vas de plastic și un bloc; vas de dislocuire, pahar de laborator; carioaca; cană pentru apă; cutie roșie de la testul 2.

Plasați vasul de dislocuire pe cutia roșie cu paharul sub orificiul de scurgere.

„Priviți cu grijă“.

Umpleți cu apă vasul de dislocuire pînă la orificiul de scurgere, lăsați ca apa să curgă în pahar și așteptați pînă ce nu mai curge apă.

Între timp arătați elevului blocul și vasul de plastic și împingeți ușor blocul către fundul vasului.

„Priviți, acest bloc încapă exact într-o cutie ca aceasta“.

Scoateți blocul din vas și înlocuiți paharul cu vasul de plastic (sub orificiul de scurgere al vasului de dislocuire). Țineți blocul deasupra vasului de dislocuire.

„Priviți în apă. Dacă pun blocul aici (indicați vasul de dislocuire) astfel ca el să fie complet sub apă, ce se va întîmpla cu apa?“

Dacă elevul nu se referă la surplusul de apă ce va curge prin orificiul de curgere:

„Ce altceva se va întîmpla cu apa?“

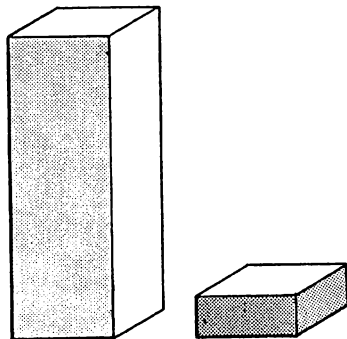
Dacă elevul din nou nu se referă la surplusul de apă, care va trece prin orificiul de scurgere, încheiați testul.

Altfel procedat.

Testul 10 A

Plasați blocul pe masă lîngă cutia de plastic, astfel ca baza sa să aibă aria egală cu cea a bazei cutiei și orientată în mod similar.

„Dacă pun blocul într-un vas cu apă astfel încît să fie complet sub apă, puteți însemna cu carioca pînă unde se va ridica apa în cutie?“



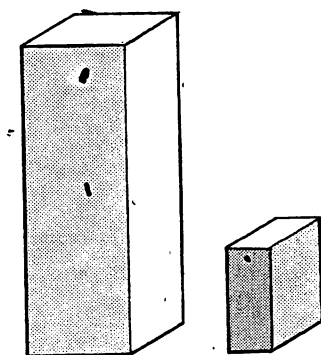
Dacă elevul înseamnă nivelul corect pe cutie:

„De ce crezi că această cantitate de apă va deborda?“

Testul 10 B

Țineți blocul orientat cu dimensiunea sa cea mai lungă ca înălțime deasupra vasului de dislocuire.

„Privește, am întors blocul. Dacă aș coborî blocul astfel încît să fie complet sub apă, poți însemna pînă unde se ridică apa în cutie?”



Imediat și fără a altera orientarea blocului, plasați-l pe masă lîngă cutia de plexiglas.

„De ce crezi că această cantitate de apă va deborda?”

ÎNREGISTRARE

10A Înseamnă pe cutie aceeași înălțime ca blocul pentru volumul de apă debordat ✓

Înseamnă pe cutie aceeași înălțime ca și blocul. Fără raționament sau un raționament incorect ?

Înseamnă pe cutie o înălțime incorectă sau test abandonat ×

10B Aceeași cantitate de apă va curge în cutie, deoarece blocul a fost numai rotit, este același bloc sau alt raționament corect ✓

Aceeași cantitate de apă va intra în cutie, deoarece blocul încă cîntărește la fel ×

Va exista mai multă apă în cutie, deoarece blocul este mai înalt sau cîntărește mai mult ×

Va exista mai puțină apă în cutie, deoarece blocul este mai subțire, „partea de sus este mai mică” etc. ×

Oricare alt răspuns, la întîmplare, fără temei sau fără răspuns ×

Testul I I

Aveți nevoie de trei vase: *A*, *B* și *C*: *A* și *B* vase numărul 6, *C* vas nr. 8; vas de dislocuire; pahar de laborator; carioaca; cană pentru apă; cutie roșie de la testul 2; balanță. Vasul nr. 6 *A* este încărcat cu 8 inele; vasul nr. 6 *B* cu 12 inele; vasul nr. 8 *C* este încărcat cu inele și plastilină astfel ca să fie egal în greutate cu vasul *A*.

Plasați *A* și *B* pe masă.

„Ocupă acesta (indicați *A*) același spațiu ca acela (indicați *B*)?”

Dacă este necesar explicați elevilor să egaleze dimensiunile, apoi repetați întrebarea de mai sus.

„Priviți cu atenție, le voi cântări”.

Plasați *A* și *B* pe cele două talere ale balanței.

„Care este mai greu? Care cântărește mai mult?”

„Este exact, *A* ocupă același spațiu ca și *B*, dar *B* este mai greu decât *A*?”

Umpleți vasul pentru dislocuire pînă la refuz, ca mai înainte. Plasați paharul de laborator gol sub orificiul de scurgere.

„Privește cu atenție”.

Testul II A

Introduceți ușor *A* în vasul pentru dislocuire. Colectați apa dislocuită în pahar și marcați nivelul apei cu carioca. Scoateți *A* din vas. Vărsați apa din pahar înapoi în vas. Repuneți paharul sub orificiu.

„Vă amintiți, *A* ocupă același spațiu ca și *B*, dar *B* este mai greu decât *A*?”

„Cînd am pus *A* în vas această cantitate de apă se revărsa (indicați semnul de pe pahar). Dacă pun în schimb *B* în vas se va revărsa mai multă apă, mai puțină apă sau aceeași cantitate de apă?”

„De ce afirmi aceasta?”

Testul II B

Plasați *A* și *C* pe masă.

„Care ocupă mai mult spațiu?”

„Privește cu atenție, le voi cântări”.

Plasați *A* și *C* pe cele două talere ale balanței.

„Cîntăresc la fel?”

„Este exact, *C* ocupă mai mult spațiu decât *A*, dar *A* cântărește la fel ca și *C*”.

„Cînd punem acest vas (indicați *A*) în acesta (indicați vasul pentru dislocuire) această cantitate de apă se va revărsa (indicați semnul pe pahar). Dacă punem acest vas (indicați *C*) în schimb în vasul de dislocuire se va revărsa mai multă apă, mai puțină sau tot aceeași cantitate de apă?”

„De ce afirmi aceasta?”

ÎNREGISTRARE

11A Aceeași cantitate de apă va fi colectată în pahar, deoarece A și B ocupă același spațiu, au aceeași mărime	✓
Aceeași cantitate de apă va fi colectată în vas deoarece A și B au aceeași înălțime	×
Se va colecta mai multă apă în vas deoarece B este mai greu decât A	×
Oricare alt răspuns, fără raționament, la întîmplare	×
11B Se va colecta mai multă apă în vas deoarece C ocupă un spațiu mai mare decât A ; C este mai mare etc.	✓
Aceeași cantitate de apă se va colecta în cană deoarece A și C cîntăresc la fel	×
Oricare alt răspuns, fără temei, la întîmplare	×

(v. textul 12)

Etapa 10. În acest test impus elevul vede întîi că blocul de metal încapă exact în cutia din plastic. Vasul pentru dislocuire este umplut pînă la refuz cu apă și cutia este plasată sub orificiul de scurgere. Se pot nota trei comportamente în acest test:

(a) Elevul nu vede în mod real ce s-ar întîmpla dacă obiectul este plasat sub apă. El este întrebat în mod simplu să exprime ceea ce crede și să prevadă ce se va întîmpla.

(b) Blocul este plasat de-a lungul cutiei de sub orificiul de scurgere astfel încît să corespundă orientării lui (cînd este în cutie).

(c) Înțelegerea elevului este exprimată de semnele pe care el le face pe cutie ca și de răspunsul lui verbal.

18% dintre elevii de șapte ani și jumătate; 35% dintre cei de opt ani; 49% dintre cei de nouă ani și jumătate; și 64% dintre cei de zece ani și jumătate marchează pe cutie aceeași înălțime ca și blocul și raționează corect de ce volumul apei trebuie să fie la fel cu volumul blocului. Totuși majoritatea copiilor marchează pe cutie o înălțime incorectă, ei pot numai ghici cîtă apă va fi dislocuită.

Cînd cutia a fost rotită și s-au repetat întrebările și blocul a fost din nou plasat de-a lungul cutiei un număr de copii au menținut că același volum de apă va fi dislocuit. Proporția de copii care au înțeles corect (la aceleași vîrste) a fost: 25%, 30%, 48% și 61% respectiv. În general cei care au răspuns corect la prima parte au continuat să mențină că va fi dislocuit același volum de apă. S-a observat de asemenea că un număr de copii care au însemnat în mod incorect nivelul de apă prevăzut în prima parte, mențin totuși că același volum de apă se va dislocui cînd blocul se va roti. Cu alte cuvinte ei știau că rotirea blocului nu are efect asupra rezultatului, dar ei nu știau de fapt relația dintre volumul blocului și cel al apei dislocuite. Ceilalți copii nu au idee de cîtă apă se va dislocui ca rezultat al rotirii blocului sau mai general au crezut că se va dislocui mai multă apă deoarece „blocul este mai înalt“.

În acest test impus este folosit un bloc masiv dar câțiva cercetători (Piaget și alții) folosesc un număr de blocuri unități într-o situație similară. Din nefericire elementul număr domina situația în aceste cazuri și copiii deseori considerau că volumul apei dislocuite rămânea la fel „deoarece numărul de blocuri este același”. Ei pot lua în considerare orice element, care le dă posibilitatea să ajungă la o concluzie și deoarece numărul caracterizează activitatea, egalitatea numerelor poate indica egalitatea cu volumul dislocuit.

Etapă 11. În etapa precedentă impusă nu putem conchide că acei copii, care au menționat că volumul de apă dislocuit va rămâne neschimbat, au înțeles conceptul pe deplin, deoarece, deseori, raționamentul lor este de forma „Este încă același bloc, nimic nu s-a adăugat sau luat”. Nu putem spune, de exemplu, dacă copiii cred că masa blocului sau volumul lui sînt factori invariabili importanți. În acest test examinăm cei doi factori masa și volumul blocului.

În prima parte cele două blocuri au același volum, dar au mase diferite. 11% dintre copii de șapte ani și jumătate; 17% dintre cei de opt ani și jumătate, 23% dintre cei de nouă ani și jumătate și 36% dintre cei de zece ani și jumătate ajung la concluzii corecte. Ceilalți copii au considerat că obiectul mai greu va dislocui mai multă apă: masa a fost un factor important.

În cea de a doua parte cele două blocuri au aceleași mase, dar volume diferite. Numărul de copii care au ales volumul blocului ca factorul cel mai important a fost de 31% dintre cei de șapte ani și jumătate, 29% dintre cei de opt ani și jumătate, 34% dintre cei de nouă ani și jumătate și 48% dintre cei de zece ani și jumătate. Ceilalți din nou au considerat masa ca fiind factorul cheie și au tras concluzia că volumul apei dislocuite ar rămâne neschimbat.

Din aceste rezultate se poate de asemenea vedea că unii elevi care au selectat un factor în prima parte și-au schimbat părerea în cea de a doua parte a testului impus. Aceasta nu înseamnă neapărat că a avut loc învățarea. În astfel de situații copiii nu pot avea o înțelegere clară a conceptului și pot încerca să ajungă la concluzii prin selectarea aspectului celui mai dominant al situației și să folosească aceasta ca bază pentru o concluzie. Dacă o situație nouă îi determină pe acești copii să observe alte diferențe, atunci ei își schimbă părerea și consideră aceste aspecte noi ca singura bază a concluziilor lor. Dacă un copil și-a dezvoltat o înțelegere clară a conceptului de volum dislocuit el nu-și va altera punctul lui de vedere, deoarece factorii nerelevanți se modifică în situațiile practice. Acest stadiu de conceptualizare cere copilului să experimenteze o mare varietate de activități practice și sugestiile care urmează intenționează să indice direcțiile pentru desemnarea unor astfel de activități.

Primul exercițiu de dislocuie este destul de simplu. Copilul trebuie să-și dea seama că dacă se lasă să cadă bucăți de marmură într-un vas cu apă, nivelul apei se ridică și dacă se lasă să cadă același număr de bucăți în vase de diferite dimensiuni, nivelul apei se va urca cu același număr de centimetri cubi.

4A Material. Cilindrii etalonați marcați la fiecare 25 cm³; bucăți de marmură, cană cu apă.

Toate bucățile de marmură trebuie să aibă același volum pentru a da rezultate semnificative. De exemplu un număr fix de bucăți de marmură (nouă sau zece) vor face ca nivelul apei să se ridice cu un volum stabilit (25 cm³). Dacă cilindrii nu sînt etalonați în timpul activității sugerate mai înainte la pagina 166, în primul rînd trebuie făcută aceasta. Elevului i se cere:

„Turnați apa în cilindrul îngust pînă ce apa ajunge la cel de-al doilea semn, deci sînt 50 centimetri cubi (cm³) de apă în cilindru“.

Aceasta trebuie să se repete pentru ceilalți doi cilindri astfel ca fiecare cilindru să aibă 50 cm³ de apă.

„Lăsați să cadă o bucată de marmură în cilindrul îngust. Ce se va întîmpla cu nivelul apei:“

1. Nivelul apei scade.
2. Nivelul apei rămîne același.
3. Nivelul apei se ridică.

Cîte bucăți de marmură puteți pune în cilindrul îngust astfel încît apa să ajungă pînă la cel de-al treilea semn, semnul pentru 75 centimetri cubi (cm³) ?“

Se repetă adăugarea de bucăți de marmură în cilindrul mijlociu. În cele din urmă i se cere elevului:

„Cîte bucăți de marmură trebuie să pui în cel mai lat cilindru astfel ca nivelul apei să urce de la semnul al doilea la cel de-al treilea, adică apa să atingă nivelul de 75 centimetri cubi (cm³) ?“

„Cîte bucăți de marmură sînt egale în volum cu 25 centimetri (cubi) cm³ ?“

„Folosiți bucățile de marmură pentru a verifica dacă ați răspuns corect.“

4B În această activitate elevul măsoară volumul a diferite blocuri din metal și compară pe acesta cu volumul apei dislocuite, cînd blocurile sînt plasate în vase gradate, umplute cu apă.

Material: pahare de laborator sau căni transparente sau transluide; blocuri de 5×5×2 cm, 5×5×4 cm, 5×5×6 cm care se vor cufunda în apă; centimetri cubi unitați (din lemn); apă.

Elevului i se cere:

„Folosește unitățile centimetri cubi pentru a afla volumul blocului cel mai mic“.

„Volumul blocului cel mai mic este ... centimetri cubi (cm^3)”.

„Turnați apa în paharul de laborator astfel ca apa să ajungă pînă la semnul ... centimetri cubi (cm^3)”.

Blocul trebuie cufundat în întregime sub apă. Pentru aceasta este necesar un volum de apă corespunzător, determinat înainte de profesor. De asemenea, dacă paharul sau cana este gradată în ml (mililitri), elevul va trebui să arate că $1 \text{ ml} = 1 \text{ cm}^3$ și termenul îi trebuie explicat.

„Puneți blocul în apă

Apa atinge acum semnul ... cm^3 . Cînd blocul a fost pus în apă nivelul apei se urcă de la semnul ... cm^3 pînă la semnul ... cm^3 . Apa se urcă cu ... centimetri cubi (cm^3)”.

Scoateți blocul din apă și întoarceți-l pe cealaltă față. Acum dacă blocul ar fi pus în apă, nivelul apei se va urca cu ... centimetri cubi (cm^3)”.

Puneți blocul în apă și vedeți dacă ați răspuns corect.”

Această activitate poate fi repetată cu celelalte două blocuri. Pentru a vedea dacă elevul își dă seama că un bloc va dislocui propriul său volum de apă se vor pune următorul tip de întrebări:

„Volumul unui bloc este 200 cm^3 . Dacă o cană pentru măsurători are 100 cm^3 de apă în ea, pînă unde se va ridica nivelul apei dacă blocul s-a introdus în cană.”

Alte întrebări de acest tip vor putea forma baza unei aprecieri la sfîrșitul acestor exerciții.

4 C Cufundînd obiecte de formă regulată în apă pentru a determina volumele lor, această tehnică poate fi acum folosită pentru aîlarea volumelor obiectelor neregulate. Problema de a afla volumul formelor neregulate poate fi discutată cu elevii, pentru a vedea dacă ei au vreo idee despre cum se poate realiza aceasta.

Material. Pietricele sau pietre etichetate A, B, C etc.; o cană pentru măsurători; cilindru sau pahar de laborator și apă. Capacitatea va depinde de volumele de măsurat, dar pietricelele nu trebuie să fie prea mici. Pietricelele trebuie alese cu grijă. Ele trebuie să fie de forme variate de exemplu plate, rotunde, lungi etc. și să aibă volume de ordinul centimetrilor cubi întregi. Obiectivul activității este de a pune pietricelele în ordinea volumului astfel încît să fie un șir potrivit de volume.

Tehnica este similară cu cea de la exercițiul 4B. Din nou profesorul trebuie să calculeze cîtă apă trebuie turnată în vasul pentru măsurători, astfel ca fiecare pietricică care va fi cufundată să fie în întregime acoperită de apă. După înregistrarea nivelului apei atît înainte cît și după cufundare se poate afla volumul pietricelei. Rezultatul poate fi înregistrat sub forma unui grafic bloc. În cele din urmă i se cere elevului să pună pietricelele în ordinea volumului prin interpretarea graficului.

4 D În această parte a lucrării se introduce vasul de preaplin, care este un sistem folositor pentru aflarea volumelor obiectelor mai mari. Profesorul va trebui să arate cum trebuie folosit vasul și să dea indicații

în timpul activității. Cum un număr mare dintre elevii testați de noi nu-și dau seama că un bloc va dislocui propriul lui volum de apă, aceasta poate fi arătat elevului folosind materialul didactic pentru testul impus 10. După ce se trece prin procedeul de testare, blocul poate fi pus într-un vas mare și surplusul de apă colectat într-o cutie din plastic. Această apă din cutie poate fi comparată direct cu blocul și apoi turnată într-un cilindru pentru măsurători. Volumul blocului poate fi găsit folosind unitățile centimetri cubi și acesta comparat cu volumul de apă dislocuit.

De notat că nu este convenabil să utilizăm un vas pentru dislocuire cu o arie mare a suprafeței sale de apă de la orificiul de scurgere când folosesc blocuri cu volum relativ mic. Surplusul de apă rezultat se poate să nu fie egal cu volumul blocului. Această eroare este probabil cauzată de efectele tensiunii superficiale de la suprafața apei și poate fi redusă prin adăugarea în apă a unei picături de detergent lichid, dar ideal este ca vasul să fie ales astfel ca aria suprafeței apei la nivelul orificiului de scurgere să fie cât de mică posibil.

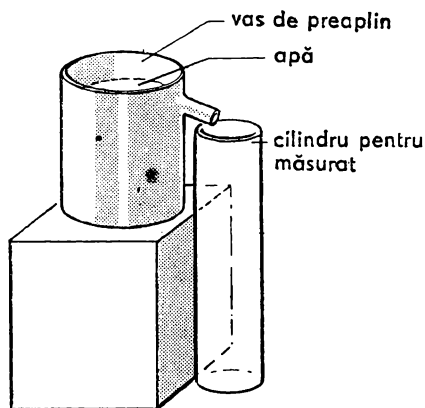
Material: Vas de preaplin sau vas cu orificiul de scurgere; cilindru pentru măsurători de 250 cm^3 , cană cu apă în care se adaugă o picătură de detergent lichid; trei blocuri: $A\ 5 \times 5 \times 2\text{ cm}$, $B\ 5 \times 5 \times 4\text{ cm}$, $C\ 5 \times 5 \times 6\text{ cm}$; unități centimetri cubi din lemn.

Dacă elevul nu a aflat încă volumul blocurilor folosind unitățile, aceasta trebuie făcut în primul rînd.

Volumul lui A este ... centimetri cubi (cm^3).

Volumul lui B este ... centimetri cubi (cm^3).

Volumul lui C este ... centimetri cubi (cm^3).



1. Se așază vasul pe o cutie și se pune cilindrul pentru măsurat sub orificiul de scurgere.

2. Turnați apă în vas pînă aproape să se reverse în cilindrul de măsurat.

3. Așteptați pînă ce apa încetează să picure în cilindrul de măsurat.

4. Goliți de apă cilindrul de măsurat și puneți cilindrul înapoi sub orificiul de scurgere.

Puneți cu grijă blocurile A și B în vas. Așteptați pînă ce apa încetează să picure în cilindrul pentru măsurat.

Volumul lui A și B împreună este ... cm^3 .

Elevului i se indică apoi să treacă din nou prin cele patru faze de sus astfel ca vasul de preaplin să fie gata pentru folosire.

„Dacă C a fost pus în vas cîtă apă se va revărsa în cilindrul pentru măsurători?”

Puneți C în vas pentru a vedea dacă aveți dreptate.

Aceasta se poate repeta folosind diferite combinații de blocuri. Elevului i se cere să prevadă cîtă apă se va revărsa în cilindrul de măsurat și apoi să verifice dacă a avut dreptate.

4 E În acest paragraf de lucru, elevii observă dacă adîncimea pînă la care este cufundat un obiect în apă are vreun efect asupra volumului de apă dislocuit. Ar fi mai bine dacă elevii realizează această activitate în grup, deoarece unuia singur îi este mai dificil.

Material. Un vas nr. 6 sau alt vas din plastic care are un capac etanș; nisip; ață subțire; vas de preaplin; cilindrul de 250 cm^3 sau 100 cm^3 .

Vasul de 50 cm^3 trebuie umplut cu nisip astfel ca să se cufunde în apă și bucata de ață este fixată de el pentru ca să fie coborît cu ușurință în apă.

După ce se trece prin cei patru pași de instalare a vasului de preaplin (a se vedea 4D) elevului i se cere:

„Puneți cutia în vas astfel ca să fie exact sub apă. Țineți-l cu grijă pînă ce apa încetează să picure în cilindrul de măsurat.”

„Ce se va întîmpla dacă cutia va fi pusă pe fundul vasului?”

Bifați propoziția corectă și însemnați cu o cruce propoziția incorectă.

1. Se va revărsa mai multă apă în cilindrul pentru măsurat.

2. Nivelul apei din vas și din cilindrul pentru măsurat va rămîne la fel.

3. Nivelul apei din vas va scade.

Lăsați încet cutia către fundul vasului pentru a verifica dacă ați răspuns corect.

Dacă este necesar aceasta poate fi repetat cu diferite vase. Dacă există la îndemînă un vas transparent de dimensiuni convenabile, cutia poate fi lăsată în jos direct fără a folosi vasul de preaplin. Copilul poate astfel observa dacă nivelul apei s-a schimbat, cînd cutia a fost lăsată în jos sub nivelul apei pînă la fundul vasului.

4F Mulți elevi cred că masa unui obiect și nu volumul său afectează volumul de apă dislocuit. Următoarele două paragrafe încearcă să lămuirească această problemă.

(i) *Material*. Patru vase nr. 6 etichetate A, B, C și D (sau alte vase corespunzătoare impermeabile); vas de preaplin; cilindru pentru măsurat de 250 cm^3 sau 100 cm^3 ; balanță cu brațe egale; inele sau mase în grame.

Cutiile sînt umplute cu nisip astfel ca A să cîntărească 8 inele, B = 10 inele, C = 12 inele, D = 14 inele. Fiecare vas trebuie introdus în apă. Elevului i se cere să privească cutiile A, B, C și D.

„Au toate aceste cutii același volum?” Da/Nu.

„Cîntăriți cutiile folosind balanța”.

Rezultatele pot fi înregistrate:

Cutia A cîntărește... inele (sau grame).

Cutia B cîntărește... inele (sau grame).

După aranjarea vasului de preaplin așa cum s-a explicat în 4D, elevului i se cere:

„Puneți cutia A în vasul cu apă și așteptați pînă ce apa încetează să debordeze în cilindrul pentru măsurat.”

„Cînd A a fost pus în vasul cu apă... cm^3 de apă s-au revărsat în cilindrul pentru măsurat”.

„Astfel volumul lui A este de... cm^3 și cîntărește... inele (sau grame)”.

După reumplerea vasului de preaplin elevul este întrebat:

„Dacă cutia B a fost pusă în vas, cîtă apă se va revărsa în cilindrul de măsurat?”

„Puneți cutia B în vas pentru a vedea dacă ați avut dreptate”.

„Volumul lui B este... cm^3 și cîntărește... inele (grame)”.

Aceasta se repetă cu C și D. Dacă elevul nu poate încă să prevadă pînă la sfîrșitul acestui paragraf volumul vasului se pot prezenta mai multe activități folosind mai multe cutii de volume diferite, de exemplu patru cutii nr. 8.

Material: Cutiile P = nr. 6, Q = nr. 7, R = nr. 8, S = nr. 9. Cutiile sînt umplute cu nisip astfel ca fiecare să cîntărească 20 inele. Se pot folosi alte cutii impermeabile, dar volumele lor trebuie să fie evident diferite. Masele lor trebuie să fie egale și ele vor fi cufundate în apă.

Vas de preaplin; cilindru pentru măsurat de 250 cm^3 ; balanță cu brațe egale; inele și mase în grame. Elevului i se cere să așeze cutiile în ordinea volumului lor și apoi să le cîntărească. Rezultatele pot fi înregistrate astfel:

Cutia P are volumul cel mai mic și cîntărește... inele.

După așezarea vasului de preaplin ca în instrucțiunile de la 4D, P este plasat în vas.

„Cînd P este pus în vas ... cm^3 de apă se va revărsa astfel că volumul lui P este ... cm^3 și masa sa este ... în ele.

După scoaterea lui P și reumplerea vasului de preaplin elevul este întebat.

„Dacă cutia Q a fost pusă în vas mai multă/mai puțină/aceeași cantitate de apă se va revărsa în cilindrul pentru măsurat?”

„Puneți cutia Q în vas pentru a vedea dacă aveți dreptate”.

Aceasta se repetă pentru cutiile R și S . Dacă elevul nu poate încă să prevadă că mai multă apă se va revărsa, dacă este scufundat un volum mai mare, indiferent de masă, vor fi necesare experiențe și discuții ulterioare implicînd măsurările de volum înainte ca el să fie gata să abordeze studii mai avansate despre volumul dislocuit.

4G În cele din urmă elevului i se poate cere să afle volumul obiectelor neregulate ca nuci, săgeți, șuruburi etc. Dacă o săgeată este plasată în apă într-un cilindru de măsurat, copiii vor vedea cum nivelul apei se ridică numai foarte puțin. Poate urma o discuție cu indicații, pentru a vedea dacă copiii pot „descoperi” cum se află mai ușor și mai exact volumul unei săgeți. De exemplu dacă sînt plasate mai multe săgeți în cilindrul de măsurat și se observă o creștere a volumului, se poate găsi volumul unei săgeți.

Exemplu. Profesorul poate selecta săgeți care produc volume dislocuite potrivite: de exemplu zece săgeți pot cauza o creștere de 30 cm^3 în cilindrul pentru măsurători. Astfel o săgeată are un volum de 3 cm^3 . Alegerea săgeților sau șuruburilor este dificilă, dacă calculul trebuie să fie simplu. Este important ca elevul să fie îndrumat să „descopere” această metodă pentru el și nu să urmeze numai o serie de instrucțiuni fără a înțelege ceea ce face.

În concluzie trebuie notat că la acest nivel nu trebuie atinsă problema plutirii. Înțelegerea acestui concept cere copiilor să facă legătura între cunoștințele despre volumul dislocuit și masa acestui lichid dislocuit cu volumul și masa obiectului care plutește. Această analiză mai complexă va depăși la acest nivel posibilitățile majorității elevilor.

5. UTILIZAREA LOGICEI ȘI REZOLVAREA DE PROBLEME

Copiii care au parcurs etapele de pînă acum sînt aproape de stadiul „operațiilor abstracte”. Așa cum s-a explicat mai devreme în capitolele corespunzătoare despre arii și mase, acest stadiu nu înseamnă că elevii vor lucra numai cu probleme „abstracte” despre volum și că nu este nevoie de activități de natură practică. Problemele practice vor caracteriza încă foarte puternic activitatea, dar proiectarea și forma de prezentare trebuie să încurajeze pe elevi să-și prezinte propriile lor sugestii pentru a ajunge la soluție, pentru investigații și măsurări necesare, care să confirme sau să respingă ipoteza propusă de ei.

Elevii sînt acum capabili să deducă relația dintre diferitele măsurări sau observații. De exemplu, dacă la un stadiu operațional concret s-au realizat două măsurări, un elev poate formula două concluzii, cîte una referitoare la fiecare măsurare, însă la un nivel operațional abstract, un elev este capabil să meargă un pas mai departe. El poate face legătura dintre cele două deducții și, ca un rezultat, să afle o a treia concluzie, care nu rezultă direct din observație. Dacă, de exemplu, din experiență rezultă că volumele A și B împreună sînt egale cu volumele C și D împreună și de asemenea volumul B se găsește mai mare decît volumul D , atunci din aceste două concluzii împreună elevul, la stadiul operațional abstract poate deduce că volumul A trebuie să fie mai mic decît volumul C . El nu trebuie să efectueze o măsurare directă pentru a găsi aceasta: el știe că aceasta este rezultatul a alte două măsurări și măsurarea directă a volumelor A și C este mai degrabă mijlocul de verificare a deducției sale, decît mijlocul de aflare a relației între A și C .

De asemenea, la acest stadiu, elevul este mult mai imaginativ în gîndirea sa. El poate lua în considerare toate datele posibile ale unei acțiuni și este capabil să țină cont de aceste date la executarea acțiunii. Aceasta, la rîndul ei, îi permite să vadă modelul general de observații și măsurări și să ajungă la concluzii despre cauză și efect.

Dacă elevii au ajuns la acest stadiu de gîndire, ei sînt de asemenea capabili să stabilească ipoteze, să proiecteze investigații pentru a verifica ipotezele lor și să treacă în revistă modelele generale de măsurări și legi descoperite, care pot fi aplicate în mod general la observațiile lor. Astfel de activități pot desemna procesele de gîndire științifice, după cum ele caracterizează și metodele bune de cercetare științifică. Aceste procese au fost deja descrise în primul capitol al acestei cărți și pot fi acum aplicate la tipul de activitate realizat în acest paragraf.

OBIECTIVE

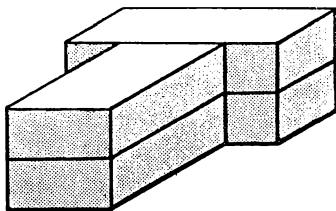
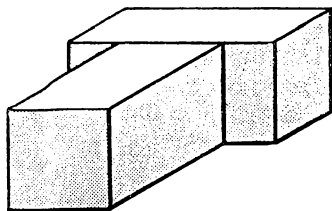
- Să prezinte problemele despre volum care încurajează elevii să ajungă la concluzii, utilizînd mai degrabă logica decît încercarea și eroarea.
- Să încurajeze elevii să formuleze ipoteze și să realizeze investigații pentru a răspunde la problemele referitoare la conceptul de volum.

MATERIAL IMPUS

Testul 12

Aveți nevoie de obiecte în formă de T : unul confecționat din 2 blocuri; celălalt din 4 blocuri; 2 cutii albastre (1 și 2) pentru a conține formele T .

Plasați formele T pe masă, ca în desen.

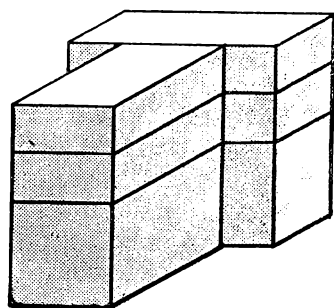
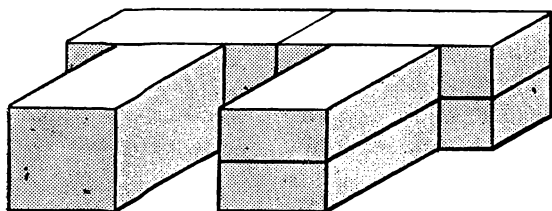


„Această formă T (o indicați) ocupă același spațiu ca și cea formă T, sau ocupă un spațiu diferit? Are același volum sau un volum diferit?”

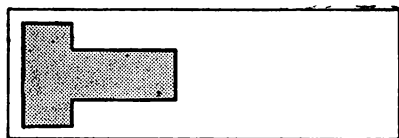
Dacă elevul răspunde „diferit” arătați că cele două forme T au dimensiunile egale și repetați întrebarea.

egalarea înălțimilor

egalarea secțiunilor transversale



Dacă elevul răspunde încă „diferit”, încheiați testul. Altfel procedat.



Plasați cutia 1 pe masă în fața elevului așa cum se vede în desenul de mai sus.

Puneți forma T constituită din 2 blocuri în cutie.

„Priviți cum această formă se potrivește exact cu interiorul acestei cutii și nu a rămas nici un spațiu liber.”

Scoateți forma din cutie și plasați-o lângă cutie, pe masă. Arătați către cealaltă formă T:

„Această formă se potrivește exact cu interiorul cutiei?”

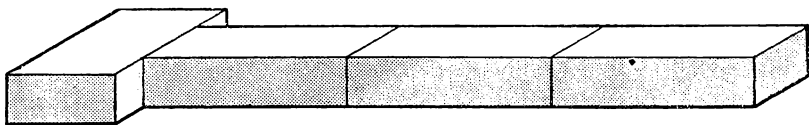
Elevului nu i se permite să mînuiască formele.

Dacă elevul răspunde „Nu” sau „Nu știu”, încheiați testul.

Dacă elevul răspunde, „Da”, continuați.

„Acum, priviți cu atenție”.

Schimbați forma celei de a doua forme T, alungind-o.



Plasați cutia 2 pe masă.

„Priviți, această formă se potrivește exact cu interiorul acestei cutii astfel că nu rămîne nici un spațiu liber”.

Demonstrație.

Împingeți formele T într-o parte și plasați cutiile aproape una lângă alta.

„Are această cutie același spațiu (volum) interior ca și aceea sau are un spațiu (volum) interior diferit?”

Dacă elevul răspunde „la fel”

„De ce afirmi aceasta?”

Dacă elevul răspunde „diferit”

„Care spațiu interior este mai mare?”

„De ce afirmi aceasta?”

ÎNREGISTRARE

Același spațiu în ambele cutii deoarece ambele forme T au fost la fel de la început sau alt răspuns corect ✓

Același spațiu în ambele cutii deoarece spațiul sau golul (cavitatea) dintr-o cutie este mai lung, dar celălalt este mai adînc ?

Un spațiu mai mare într-o cutie, deoarece „spațiul” sau „cavitatea” este mai lungă, mai adîncă etc. ×

Oricare alt răspuns la întîmplare fără raționament sau fără răspuns ×

Testul 13

Aveți nevoie de trei vase din plastic etichetate A, B și C (A este cutia de $5 \times 5 \times 20$ cm, B este cutia de $7,5 \times 7,5 \times 7,5$ cm, C este cilindrul neetalonat înalt); cana cu apă; pîlnie; bol din plastic; pahar de laborator conic nr. 3, o altă cană; carioca.

Plasați cana cu apă, cana goală, carioca, castronul, pîlnia și vasele A și B pe masă.

„Încercați să aflați care dintre acestea două (indicați vasele A și B) au mai mult spațiu în interior (are un volum interior mai mare). Puteți utiliza orice doriți din acestea (indicați aparatura).

Dacă elevul ezită repetați întrebarea.

Dacă elevul nu este încă capabil să opereze:

„Care credeți că are mai mult spațiu (are un volum mai mare) interior?”

Încheiați testul.

Altfel procedat.

După ce elevul a încheiat experimentarea:

„Care are mai mult spațiu interior? Care are un volum mai mare interior?”

„De ce ai ales pe acesta?”

Dacă elevul răspunde incorect, sau nu izbuteste să opereze în continuare, încheiați testul.

Altfel procedat.

Goliți vasele A și B. Înlocuiți vasul A cu vasul C și cea de a doua cană cu paharul conic.

„Încearcă să afli care dintre acestea două (indicați vasele B și C) are mai mult spațiu (are volumul mai mare) interior.

Poți folosi oricare dintre acestea (indicați materialul didactic)“.

După ce elevul a terminat experimentarea:

„Care are spațiu interior mai mare? Care are volum interior mai mare?”

„De ce l-ai ales pe acesta?”

Dacă elevul răspunde incorect, încheiați testul și procedați altfel.

Goliți vasele și plasați-le pe masă cu vasul B în mijloc. Indicați cubul B și vasul A.

„Vă reamintiți care dintre acestea două au mai mult spațiu interior? Care are volumul interior mai mare?”

Dacă elevul răspunde incorect, încheiați testul.

Altfel procedat.

Indicați vasul B și vasul C.

„Vă reamintiți care dintre acestea două au mai mult spațiu interior? Care are volumul interior mai mare?”

Dacă elevul răspunde incorect, încheiați testul.

Altfel procedat.

În cele din urmă indicați vasele A și C.

„Care dintre acestea două au mai mult spațiu interior? Care are volumul interior mai mare?”

„De ce afirmi aceasta?”

ÎNRREGISTRARE

Operează cu succes. A are un spațiu interior mai mare decât B și B are un spațiu mai mare decât C . De aceea A are un spațiu interior mai mare decât C . ✓

Operează cu succes. A are un spațiu interior mai mare decât C , dar raționează incorect sau nu raționează ✕

Operează cu succes, C are cel mai mare spațiu interior ✕

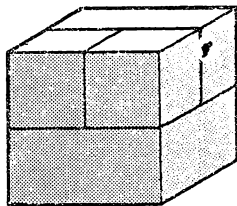
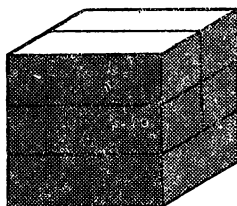
Nu este capabil să opereze cu succes sau nu reușește să-și reamintească că A este mai mare decât B sau că B este mai mare decât C . ✕

Notă

Pentru ambele teste 14A și 15A se sugerează ca termenul de „volum” să fie utilizat în loc de „spațiu”, dacă profesorul dorește să compare răspunsurile elevilor referitoare la acest termen, cu răspunsurile lor referitoare la termenul „real” de „cantitate de ciocolată”.

Testul 14

Aveți nevoie de un set de 5 blocuri din lemn, vopsite în albastru; un alt set de 4 blocuri din lemn, vopsite în roșu.



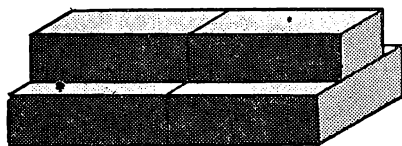
Construiți două cuburi de dimensiuni identice, unul din blocurile albastre, celălalt din cele roșii. Plasați cuburile unul lângă altul.

„Blocul albastru (indicați cuburile) ocupă același spațiu ca și blocul roșu, sau ocupă un spațiu diferit?”

Dacă elevul răspunde „diferit” egalați dimensiunile și repetați întrebarea.

„Priviți cu atenție”.

Demontați cubul albastru și construiți o formă nouă.



Demontați cubul roșu și dați piesele copilului.

„Construiți orice formă cu blocurile roșii astfel încât să ocupe același spațiu ca acesta (indicați forma albastră).“

Dacă este necesar repetați indicațiile.

Dacă elevul nu este capabil să opereze, continuați cu 14B.

Cu alte cuvinte, după ce elevul a constituit forma roșie:

„Forma ta roșie ocupă același spațiu ca și forma mea albastră?“

Dacă elevul răspunde „diferit“ continuați cu 14B.

Dacă elevul răspunde „aceeași“

„De ce afirmi aceasta?“

Testul 14 B

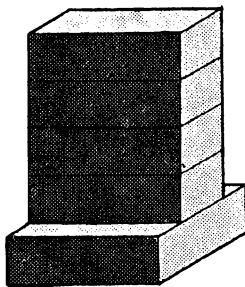
Reconstruiți cubul albastru și cubul roșu și plasați-le unul lângă altul.

„Doresc ca să-ți imaginezi că aceste blocuri sînt confecționate din ciocolată. Blocul albastru are aceeași cantitate de ciocolată ca și blocul roșu sau are o cantitate diferită de ciocolată?“

Dacă elevul răspunde „diferită“ egalați dimensiunile și repetați întrebarea.

„Priviți cu atenție“.

Demontați cubul albastru și construiți o formă nouă.



Demontați cubul roșu și dați piesele elevului.

„Construiți orice formă cu blocurile roșii, astfel ca să aibă aceeași cantitate de ciocolată ca aceasta (indicați pe cel albastru).“

Dacă este necesar repetați indicațiile.

Dacă elevul nu este capabil să opereze, încheiați testul și continuați cu nr. 15.

Altfel procedat.

„Forma ta roșie are aceeași cantitate de ciocolată ca și forma mea albastră?“

Dacă elevul răspunde „diferit” încheiați testul și continuați cu nr. 15.

Dacă elevul răspunde „la fel”
„De ce afirmi aceasta?”

ÎNREGISTRARE 14 A ȘI 14 B

Alcătuiește orice formă. Cea roșie ocupă același spațiu, are aceeași cantitate de ciocolată ca și cea albastră, deoarece ambele blocuri au fost la fel la început sau oricare raționament corect ✓

Alcătuiește orice formă. Raționament incorect sau fără raționament ×

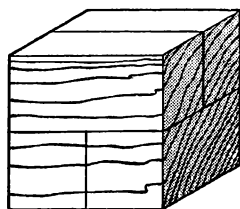
Egalează lungimea, înălțimea sau baza formeii albastre sau încearcă să construiești aceeași formă ca cea albastră ×

Nu este capabil să opereze. ×

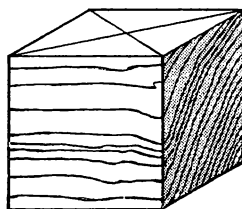
Testul 15

Aveți nevoie de două cuburi de lemn A și B, fiecare construit din patru părți egale. Asamblați cele două cuburi ca în desen.

„Acesta (indicați un cub) ocupă același spațiu ca și acela (indicați pe cel de-al doilea cub) sau ocupă un spațiu diferit?”



A

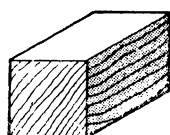
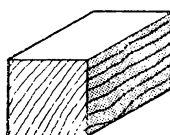
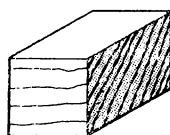
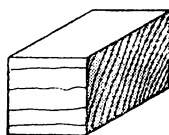


B

Dacă este necesar demonstrați prin egalitatea dimensiunilor și repetați întrebarea.

Separați părțile lui A.

„Ocupă aceste blocuri același spațiu sau ocupă spații diferite?”



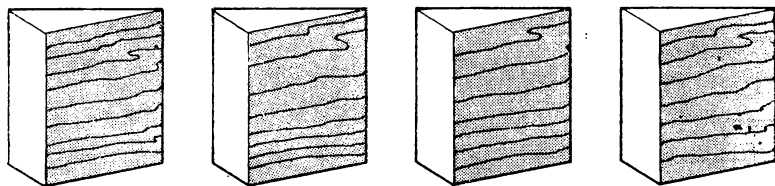
Dacă este necesar egalați dimensiunile și repetați întrebarea.

Separați părțile lui B.

„Acele blocuri ocupă fiecare același spațiu sau spații diferite?”

Dacă este necesar egalați dimensiunile și repetați întrebarea.

Plasați o piesă paralelipipedică și o piesă triunghiulară latură lângă latură. Îndepărtați piesele rămase într-o parte.



„Acesta (indicați forma dreptunghiulară) ocupă același spațiu ca acela (indicați forma triunghiulară) sau un spațiu diferit?”

Dacă elevul răspunde „același”

„De ce afirmi aceasta?”

Dacă elevul răspunde „diferit”

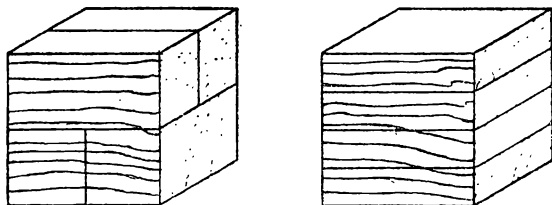
„Care ocupă mai mult spațiu?”

„De ce afirmi aceasta?”

Testul 15 B

Aveți nevoie de două cuburi de lemn A și C, fiecare constituit din patru părți egale.

Constituiți două cuburi A și C.



„Doresc să-ți imaginezi că acestea sînt confecționate din ciocolată. Acest bloc (indicați A) are aceeași cantitate de ciocolată ca acel bloc (indicați C) sau are o cantitate diferită de ciocolată?”

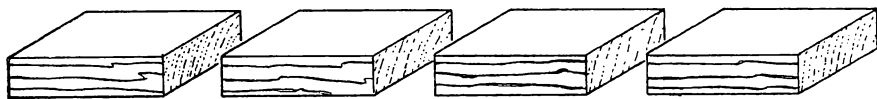
Dacă este necesar demonstrați prin egalitatea dimensiunilor și repetați întrebarea.

Separați părțile lui A ca mai înainte.

„Au acestea fiecare aceeași cantitate de ciocolată sau au cantități diferite de ciocolată?”

Dacă elevul răspunde „diferite”, egalati dimensiunile și repetați întrebarea.

Separati părțile lui C.



„Acestea au fiecare aceeași cantitate de ciocolată sau au cantități diferite de ciocolată?”

Dacă elevul răspunde „diferite” egalati dimensiunile și repetați întrebarea.

Plasați o piesă dreptunghiulară și o piesă pătrată latură lângă latură. Îndepărtați piesele rămase la o parte.



„Acesta (indicați forma dreptunghiulară) are aceeași cantitate de ciocolată ca și aceea (indicați forma pătrată) sau are o cantitate diferită de ciocolată?”

Dacă elevul răspunde „aceeași”

„De ce afirmi aceasta?”

Dacă elevul răspunde „diferit”

„Care conține mai multă ciocolată?”

„De ce afirmi aceasta?”

ÎNREGISTRARE 15A ȘI 15B PE RÎND

Ambele piese ocupă același spațiu, au aceeași cantitate de ciocolată, deoarece ambele cuburi au același volum și sînt tăiate în 4 părți egale ✓

Ambele piese ocupă același spațiu, au aceeași cantitate de ciocolată, deoarece ambele cuburi sînt tăiate în 4 părți egale sau ambele au fost tăiate în patru părți ?

Ambele piese ocupă același spațiu, au aceeași cantitate de ciocolată, deoarece ele „par la fel” sau cîte o latură a fiecăreia are aceeași lungime ×

O piesă ocupă mai mult spațiu, conține mai multă ciocolată, deoarece este mai lungă, lată, are mai multe vîrfuri sau laturi etc. ×

Oricare alt răspuns, la întîmplare, fără temei sau nici un răspuns. ×

Etapa 12. În acest test elevul vede pentru prima dată că cele două blocuri în formă de T au volume egale și că ambele încap exact în două cutii. Ultima întrebare, de fapt, îi cere elevului să-și bazeze răspunsul său pe unul dintre cele două moduri de a gândi. Elevul cu un nivel operațional concret nu va fi capabil să afle că cele două cutii trebuie să aibă același volum (deoarece blocurile aveau inițial același volum) și preferă sau poate să ajungă la o concluzie bazată numai pe directă comparare sau observație și dă în general un răspuns de tipul: „Există mai mult spațiu în cutie deoarece este mai lungă”. Cîțiva copii pot compensa o lungime mai mare a unei cutii cu o mai mare adîncime a alteia, dar această concluzie, deși conduce la un răspuns corect, se bazează de asemenea pe observația directă și nu pe o deducție logică obținută din legătura dintre informațiile precedente. Elevul însă cu un nivel operațional logic neglijează aparențele, se bazează numai pe deducție și dă răspunsuri de tipul „Ele trebuie să aibă fiecare același spațiu interior, deoarece blocurile au același volum de la început”. În studiul nostru 11% dintre copiii de șapte ani și jumătate, 23% dintre cei de opt ani și jumătate, 39% dintre cei de nouă ani și jumătate și 60% dintre cei de zece ani și jumătate obțin în mod logic concluziile corecte. Dintre cei care s-au bazat numai pe observații, 68% dintre cei de șapte ani și jumătate, 57% dintre cei de opt ani și jumătate, 35% de nouă ani și jumătate și 20% dintre cei de zece ani și jumătate au selectat o cutie pe baza că „Are mai mult spațiu interior deoarece este mai lungă (mai adîncă)”.

Etapa 13. Acest test examinează două dintre caracteristicile copiilor la nivelul abstract al operațiilor: abilitatea de a face simple investigații și abilitatea de a face legătura dintre diferitele informații în scopul de a afla răspunsurile. În acest test elevul este îndrumat către o extindere considerabilă a activității practice. S-a găsit că 82% dintre elevii de șapte ani și jumătate, 77% dintre cei de opt ani și jumătate și 56% dintre cei de zece ani nu au fost capabili să gîndească modalitățile de realizare a măsurătorilor practice. Alții (respectiv 15%, 21% și 41% cu vîrstele de mai sus) au fost capabili să realizeze observații practice separate, dar nu au fost capabili să utilizeze două informații sau măsurători pentru a face o deducție și să răspundă la întrebarea finală. Deoarece la această întrebare finală nu se poate răspunde prin măsurători directe, acești copii trebuie să se bazeze pe tatonări sau numai pe observații și o parte au dedus că vasul înalt are un volum interior mai mare „deoarece este mai înalt”. Procentajul copiilor care au realizat măsurări practice în mod corect și au utilizat operațiile logice pentru a ajunge la răspunsul corect a fost 10% dintre copiii de șapte ani și jumătate, 17% dintre cei de opt ani și jumătate și 33% dintre cei de zece ani.

Etapa 14. Acest test examinează abilitatea copiilor de a ignora forma obiectelor și numărul pieselor fiecărui bloc. Această apreciere

poate fi comparată cu cea de la testul 12, în care copilul este testat dacă se bazează numai pe observație cînd încearcă să afle un răspuns sau dacă ignoră toate aceste caracteristici care distrag și se bazează pe cunoștințele prin care volumele blocurilor trebuie să rămînă aceleași deși formele lor sînt schimbate. Acest test se mai poate compara cu testele 6 și 8 deoarece acestea, într-o formă mai simplă, introduc de asemenea în modul de a acționa un element vizual care distrage. 58% dintre elevii de șapte ani și jumătate, 55% dintre cei de opt ani și jumătate și 40% dintre cei de zece ani nu au rezolvat acest test. Majoritatea au încercat să egaleze formele și cînd nu au fost capabili să o facă și-au îndreptat atenția către egalarea ariilor, bazelor sau înălțimilor în încercarea lor de a obține volume similare prin directă egalare. Ceilalți au fost capabili să deducă logic corect și au dat răspunsuri verbale înainte de a construi repede blocurile lor sub o anumită formă.

Aceste teste arată că mulți copii se bazează cu greutate pe directă observație și ei nu sînt capabili să afle răspunsuri pînă ce nu fac comparații vizuale directe sau aplică metodele încercării și erorii. Totuși este de notat că o parte dintre copiii de șapte, opt și nouă ani sînt capabili să afle răspunsurile folosind deducțiile logice și se constată că trebuie să existe un anumit grad de precauție înainte de a accepta observația stabilită normal, deoarece „nivelul operațiilor logice începe la vîrsta de aproape unsprezece ani“.

Etapa 15. Acest test tratează ceea ce au înțeles copiii din volumele fracționare. Ca și la celelalte două concepte despre arie și masă credem că elevul care a înțeles clar fracțiile poate răspunde la întrebarea finală numai prin deducție. Pe de altă parte este de așteptat ca, elevii, care nu au putut să expună observațiile precedente și nu au cunoștințe temeinice despre fracții, să răspundă la întrebarea finală la întîmplare sau pe baza observațiilor directe. 16% dintre cei de șapte ani și jumătate, 31% dintre cei de opt ani și jumătate, 43% dintre cei de nouă ani și 62% dintre cei de zece ani au fost capabili să răspundă corect la acest test. Ei au dat răspunsuri de tipul „Ambele cuburi au ocupat același spațiu (volume egale) și fiecare a fost tăiat în patru părți de volume egale“. Majoritatea celorlalți s-a bazat pe observația directă în scopul de a da răspunsuri și a raționat în modul: „O piesă ocupă mai mult spațiu (are volum mai mare/conține mai multă ciocolată) deoarece este mai lungă (mai lată/are mai multe laturi/are mai multe vîrfuri)“.

CITEVA SUGESTII PENTRU PREDARE

Sugestiile pentru predare care urmează sînt de două tipuri. Primul grup de exerciții are ca scop să încurajeze elevii în realizarea măsurărilor și sînt astfel proiectate pentru a răspunde la întrebările finale, încît ei trebuie să facă legătura între aceste măsurări și să afle relațiile fără

a recurge direct la măsurări. Trebuie luate note în fiecare dintre exemplele date pentru ca să se verifice concluziile logice ale copiilor din măsurători. Al doilea grup de exerciții sugerează un număr de probleme, care cere elevului să formeze ipoteze, să sugereze și să realizeze investigații pentru a le verifica și prin măsurări să ajungă la concluzii sau soluții. Sugestiile intenționează să indice abordările mai degrabă decît să furnizeze un program complet de lucru și se pare că va fi nevoie de mai multă activitate, înaintea elevii să poată ataca cu încredere și abilitate astfel de probleme.

La acest nivel profesorul nu trebuie să fie numai un instructor, ci și un promotor al ideilor, să prezinte materialul practic, să proiecteze materialul didactic și să planifice înregistrarea măsurărilor. Cîteodată elevii nu vor fi capabili să continue cu investigațiile lor, deoarece le lipsesc anumite tehnici de măsurare sau nu înțeleg unele probleme noi, care pot apărea la acel moment ; în acest caz profesorul trebuie să urmărească în mod continuu întîmpinarea acestor obstacole, să ghideze și cîteodată să învețe elevii, astfel încît ei să poată continua investigațiile lor.

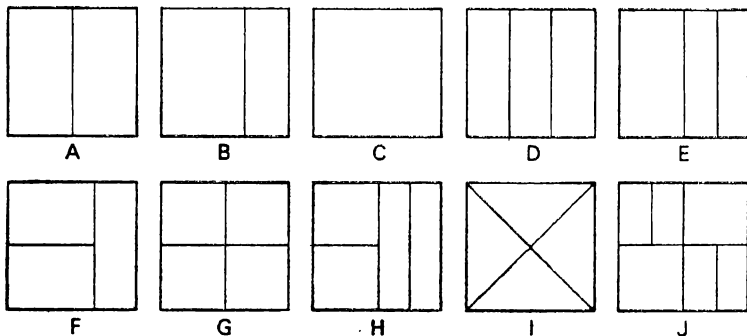
5 A

FRAȚII

Noțiunea de fracție nu este ușoară pentru majoritatea elevilor, deoarece cere asimilarea a două sau trei informații. De exemplu, trei pătrimi dintr-un întreg înseamnă (a) întregul împărțit în patru părți ; (b) părțile trebuie să fie egale în volum ; și (c) în fracția dată sînt trei dintre aceste părți. Datorită faptului că elevul trebuie să țină cont de toate aceste aspecte și trebuie să facă legătura între ele, plasăm fracțiile tîrziu în desfășurarea predării noastre.

Material. Formele sînt asamblate așa cum se vede mai jos: blocurile văzute de sus.

Elevului i se dau cuburile cele mai mici și formele triunghiulare (acestea sînt jumătate din volumul cuburilor) pentru a le folosi ca unități întregi și jumătăți de unități.



Li se cere să completeze propoziții de următorul tip:

Figura A a fost împărțită în ... piese.

Bifați propozițiile care sînt corecte și desenați o cruce lângă cele care sînt greșite.

Fiecare piesă a blocului A este jumătate ($1/2$) din volumul blocului întreg.

Fiecare piesă a blocului A este o treime ($1/3$) din volumul blocului întreg.

Figura B a fost împărțită în ... piese.

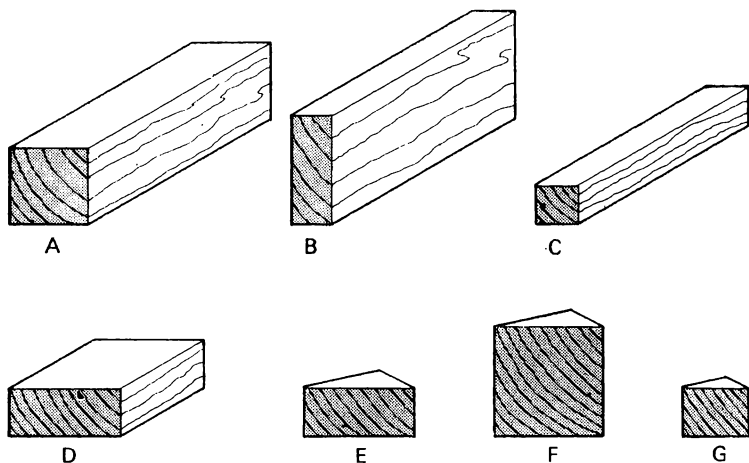
Fiecare piesă a blocului B este jumătate din volumul întregului bloc.

Blocul B a fost împărțit în două piese astfel că a fost împărțit în jumătate.

Blocul B a fost împărțit în trei părți.

Multe blocuri diferite pot fi asamblate. Întrebat cu grijă elevul începe să înțeleagă că, de exemplu, un bloc împărțit în sferturi, trebuie să fie tăiat în patru părți care sînt egale în volum, dar nu în mod necesar de aceeași formă.

5 B Material. Blocuri selectate care se pot grupa. Din nou cuburile cele mai mici și formele triunghiulare pot fi folosite ca unități întregi și jumătăți de unități.



Blocurile pot fi însemnate momentan cu etichete de hîrtie gumată. I se cere elevului să folosească unitățile pentru a afla volumele blocurilor.

Blocul A are un volum de ... unități.

Blocul B are un volum de ... unități.

Se pot pune întrebări de tipul următor:

1. Cîte blocuri B au același volum ca și blocul A ?
2. Blocul B este (jumătate), (un sfert), (o treime) din volumul blocului A . [Subliniați ceea ce este corect.]
3. Numiți două blocuri care împreună sînt jumătate din volumul blocului A .

5C

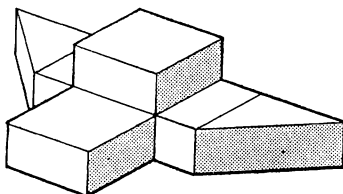
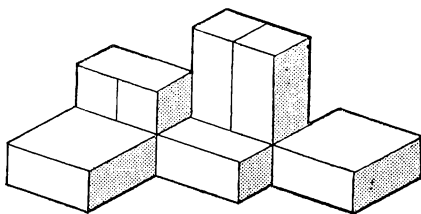
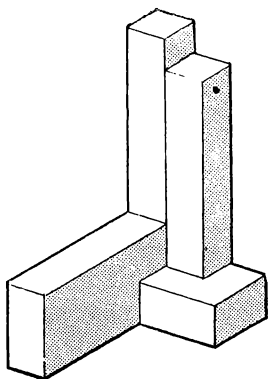
UTILIZAREA ELEMENTELOR DE LOGICĂ

Ca și la conceptele de arie și masă i se poate cere elevului să rezolve probleme legate de volum, în care trebuie să se facă legătura mintală între două sau mai multe informații, în scopul de a ajunge la un răspuns corect. Următoarele exemple nu se referă numai la rezolvarea mintală a problemelor, ci includ și activitatea practică.

(i) Operația în acest exemplu este: dacă $A = B$ și $B = C$, atunci $A = C$.

Material. Set de forme care se pot grupa.

Diferite forme asortate sînt unite împreună cu ajutorul benzilor gumate pe ambele părți sau cu ajutorul lipiciului. Fiecare bloc rezultat are același volum, dar piesele din care este constituit sînt diferite. Este important ca volumele blocurilor A și B , dar nu și C să poată fi măsurate cu ajutorul cuburilor mici. Volumele blocurilor B și C , dar nu și A trebuie să fie măsurabile cu ajutorul formeii triunghiulare, care este egală în volum cu două cuburi unități. Dacă s-a aranjat aceasta, atunci relația dintre volumele lui A și C nu poate fi aflată direct din măsurări.



I se dau elevului 22 cuburi unități și i se cere să le folosească pentru a afla volumele lui A și B .

Forma A este egală în volum cu ... cuburi unități.

Forma B este egală în volum cu ... cuburi unități.

Apoi, volumul formelor B și C trebuie să fie găsit folosind unitățile triunghiulare.

Forma B este egală în volum cu ... unități triunghiulare.

Forma C este egală în volum cu ... unități triunghiulare.

Bifați propozițiile corecte. Însemnați cu o cruce propozițiile incorecte.

1. *Forma B este egală în volum cu forma A .*

2. *Forma A este mai înaltă decât forma B .*

3. *Forma A este mai mare în volum decât forma C .*

4. *Forma B este egală în volum cu forma C .*

5. *Forma A este egală în volum cu forma C .*

Puteți folosi celelalte blocuri din setul de forme care se pot grupa pentru a vedea dacă ați răspuns corect.

Pentru a răspunde corect la punctul 5 de sus și a putea afla modul de însemnare a rezultatelor elevul este obligat să folosească logica.

(ii) Operația din acest exemplu este:

Dacă $A = C$ și B este mai mare decât D , atunci $A - B$ este mai mic decât $C - D$.

Materiale. O cutie de $7,5 \times 7,5 \times 7,5$ cm și alta de $5 \times 5 \times 20$ cm pentru măsurări. Cubul este etichetat A și cutia în formă alungită cu C . Două blocuri construite cu baza 2 sau baza 5 și formele unități $2 \times 2 \times 4$ cm din testul nr. 9. Aceste blocuri sînt etichetate B și D și sînt formate din lipirea împreună a blocurilor cu baza 2 sau baza 5 sau celor din testul 9, cu ajutorul unor benzi gumate pe ambele părți. Blocul B trebuie să fie de 100 cm^3 în volum și blocul D trebuie să aibă volumul de 70 cm^3 . Blocul B trebuie să corespundă exact interiorului lui A și D interiorului lui C . Se cere de asemenea un cilindru pentru măsurări de 500 cm^3 ; nisip uscat; unități centimetri cubi.

I se indică elevului să umple un vas cu nisip uscat. (Acum el trebuie să execute aceasta corect și să îndepărteze nisipul excedentar.) I se cere apoi să toarne nisipul într-un al doilea vas pentru a vedea dacă ambele cutii au același volum interior.

După aflarea volumelor blocurilor B și D folosind unitățile centimetri cubi blocul B este plasat în cutia A și blocul D în cutia alungită C . Elevului i se cere să umple cutia A cu nisip și apoi să măsoare volumul nisipului folosind cilindrul de măsurat.

Rezultatele și interpretarea pot fi după cum urmează:

Cutia A are un volum interior (mai mare) (la fel) (mai mic) decât cel al cutiei C.

Volumul blocului B este ... centimetri cubi (cm^3).

Volumul blocului D este ... centimetri cubi (cm^3).

Volumul de nisip necesar pentru a umple complet cutia A când blocul B este în interiorul ei, este ... cm^3 .

Ce credeți, rămâne volum liber în interiorul cutiei C când blocul D este în interiorul ei?

Folositi nisip și cilindrul de măsurat pentru a vedea dacă aveți dreptate.

(iii) Operația din acest exemplu este:

Dacă $A + B = C + D$ și dacă A este mai mare decât C , atunci B este mai mic decât D .

Materiale. Două vase transparente nr. 3; două pietricele, una mai mare în volum decât cealaltă, dar ambele trebuie să încapă în vase astfel încât să se mai poată adăuga apă; un cilindru pentru măsurări.

I se cere elevului să plaseze piatra mai mare în vas și să toarne apa astfel încât nivelul să fie mult deasupra pietrei. Acest nivel este însemnat cu carioca. A doua piatră este plasată în cel de-al doilea vas și apa este turnată pînă la același nivel cu apa din primul vas și din nou însemnat.

În sfîrșit elevul toarnă apa din primul vas în cilindrul de măsurat și înregistrează volumul. Aceeași operație este repetată pentru apa din cel de-al doilea vas. Se pot pune întrebări în modul următor:

Volumul pietrei și apei împreună din primul vas este (egal), (mai mare decât) (mai mic decât) volumul pietrei și apei din cel de-al doilea vas.

Numai volumul apei din primul vas s-a aflat a fi ... cm^3 .

Numai volumul apei din cel de-al doilea vas a fost ... cm^3 .

Care piatră are volumul mai mare?

Cu câți centimetri cubi este mai mare?

Fără a utiliza pietrele, ci oricare dintre materialul didactic pe care-l aveți puteți afla acum volumul acestor pietre?

Folosind pietrele puteți verifica dacă ați raționat corect?

Aceste trei exemple au fost date pentru a ilustra alcătuirea de probleme folosind material practic. De notat că această alcătuire încurajează deducția logică mai degrabă decât simplele măsurări și comparări. Multe alte exerciții pot fi alcătuite, folosind abordări similare, astfel încât elevii să capete o experiență cît mai utilă în folosirea logiceii.

Următoarele probleme intenționează să promoveze investigațiile făcute de elevi și pentru ca aceste activități să fie bine realizate, profesorul va trebui să anticipeze ce informații și material practic sînt necesare. Aceste sugestii intenționează să ilustreze modul de lucru pentru înțelegerea ulterioară a conceptului de volum și profesorul trebuie să utilizeze situațiile și resursele locale pentru proiectarea activității similare. Necesitatea unor sisteme de înregistrare a măsurărilor și observațiilor nu trebuie exagerată și datorită stadiului mai avansat de dezvoltare a copilului folosirea fișelor de lucru este de o importantă valoare.

1. Referitor la un zid de cărămidă li se cere elevilor să determine volumul cărămizilor care constituie zidul. Aceasta poate fi investigat în multe moduri. Elevilor li se poate cere apoi să determine volumul materialului dintr-un perete din piatră de formă neregulată. Masa materialului folosit poate de asemenea fi determinată de către mulți elevi capabili.

2. Să determine volumul apei (și poate și a masei sale) din bazinul de înot al școlii sau cel din localitate.

3. Să determine volumul unui bloc cu mai multe etaje și să compare acesta cu volumul unei case. Se pot discuta aproximațiile. Folosirea modelelor la scară redusă și a planurilor simplificate ale clădirilor poate constitui un mod de lucru.

4. Problema împachetării. (a) Să compare volumele bucăților de marmură și volumul cutiei. Care este diferența de volum?

(b) Să compare volumul unei cantități de mazăre și volumul cutiei. Care este diferența de volum?

(c) Să determine „care” raport este cel mai avantajos la cumpărarea prafului de spălat, examinînd volumele cutiilor și volumele (și masele) prafurilor. Trebuie luați în considerație și alți factori?

5. Care este volumul de gunoi colectat pe o stradă sau într-un sat într-o săptămînă sau lună? Se cere o ladă de gunoi din plastic și trebuie obținută o hartă a străzii sau o examinare atentă.

6. Care este volumul de material dintr-o săpătură arheologică din localitate din perioada neolitică sau dintr-o movilă din epoca de bronz. Cîți oameni au fost necesari pentru a o construi? (Această problemă poate fi relatată cu volumul de material al movilei din epoca de bronz din Dealurile Silbury din Wessex [cea mai mare movilă realizată de om în Europa].)

7. O comparație a volumului de materiale care poate fi transportat de un tren, camion, avion etc. (Aceasta poate include de asemenea un studiu despre masa cărată.)

Se poate vedea că majoritatea acestor investigații cer vizite la locurile respective pentru a realiza măsurări și obține informații. Valoarea activității de proiectare poate fi aici apreciată și investigațiile unor astfel de probleme nu trebuie rezolvate în mod izolat față de alte studii. Se pot planifica alte subiecte pentru ca studiile din mediul înconjurător să coincidă cu astfel de vizite.

Astfel de sugestii pentru predare nu sînt continuate deoarece o completare a acestor exerciții denotă o înțelegere a conceptului de volum pînă la acest stadiu și elevii care au realizat aceasta sînt acum gata să examineze relații dintre masă și volum, adică conceptul de densitate. Subiecte ca acesta, care include două sau mai multe concepte fundamentale depășesc scopul acestei ediții.

În concluzie notăm că anticipația, prepararea și organizarea rămîn, ca întotdeauna, pregătirile unui bun profesor și aceste calități sînt elementele esențiale ale profesorului care susține această carte.

Piaget, profesorul și copilul

În ultimii ani lucrările profesorului Jean Piaget în domeniul dezvoltării psihologice au avut o influență considerabilă asupra metodelor de predare atât în școala primară, cât și în gimnaziu. Reformatorii au interpretat în diferite moduri teoriile lui Piaget și și-au bazat organizarea clasei și sistemele lor de predare pe aceste interpretări și pe baza propriei lor experiențe. Din nefericire, în contrast cu metodele de predare apar puține sugestii pentru evaluare în clasă. Aceasta, trebuie accentuat că nu se datorează lipsei de prevedere sau planificare din partea reformatorilor, dar este o reflecție a dificultăților implicate.

Concepția lui Piaget nu a fost legată de metoda de predare, ci de „cunoașterea legilor de dezvoltare a gândirii”^{*} și deși un număr de cercetători au studiat accelerarea conceptualizării ca rezultat a diferite procedee de instruire, totuși nu a fost posibil pînă în prezent, să se prezinte ca sigură cea mai adecvată metodă de predare, care să poată dezvolta la un copil un anumit concept. Este deseori dificil pentru profesor să aprecieze dacă metoda de predare recomandată este bazată pe rezultatele cercetării desfășurate în clasă sau pe un număr mare de criterii de păreri și opinii înnoitoare. În acest context, recent, Piaget a făcut o pledoarie pentru acei care se ocupă cu problemele actuale ale predării, să fie preocupați de reflectarea și evaluarea mai atentă a muncii lor. El vede pe profesor ca un pedagog, care studiază arta sau știința de a preda și care să fie preocupat de eficiența sa ca și de metoda folosită.

Pînă de curînd nu ne-am putut baza pe folosirea sistemului de examinare, prin care se măsoară abilitatea elevilor, dar trebuie să recunoaștem că prospectarea unor astfel de examinări a influențat forma și tipul de activitate desfășurate în școli într-o așa de mare măsură încît profesorii au apreciat propria lor eficacitate prin numărul de rezultate obținut. Odată cu anularea treptată a examenului de la sfîrșitul ciclului primar și cu progresul realizat în studiile despre dezvoltarea copilului, profesorii sînt tentați să adopte noile metode de predare, care pun accent mai degrabă pe copil decît pe conținutul programelor. Primul îndrumător pentru profesori al Proiectului Nuffield în domeniul științelor exacte pentru gimnaziu începe de exemplu „Privim cu atenție

^{*} A se vedea bibliografia de la pag. 219.

copilul așa cum este el, nu așa cum am dori să fie sau cum gândim că ar trebui să fie, la o anumită vîrstă".² Această abordare a predării centrată pe copil, atît de recomandată în programele de predare recente, trebuie să fie dezvoltată în mod rațional și cere practicii de predare o nouă formă de evaluare. Din nefericire numai puține dintre aceste programe iau în considerație rolul pe care îl are evaluarea în succesiunea predării și astfel profesorul trebuie să facă față dilemei de a introduce experiențe variate pentru elev, urmărind sfatul că „modul de a îndeplini diferitele cerințe ale copilului ca individ este de a-i oferi posibilitatea realizării unei game largi de experiențe și apoi să-l încurajeze să exploateze în mod liber și să se bucure de ceea ce obține”³ și încă de a planifica acele experiențe pe etape, astfel încît să se poată facilita conceptualizarea. „Ar fi bine de reamintit”, continuă autorii îndrumătorului pentru profesor menționat mai sus „că elevii vor avea nevoie de un număr de experiențe similare pentru a înțelege pe deplin și a forma generalizări întemeiate. Este poate neplăcut că pe măsură ce elevii suportă acele variate situații de predare și folosirea unei largi varietăți de material devine din ce în ce mai dificilă pentru profesori echivalarea situației de „învățare prin descoperire” cu desfășurarea logică a învățării, necesară dezvoltării conceptelor întîlnite de elev.”

Proiecte recente încearcă să abordeze această problemă luînd în considerare obiectivele predării și încurajînd dezvoltarea situațiilor de învățare care par să realizeze aceste scopuri. *Science* 5/13, finanțat de Consiliul Școlilor împreună cu Fundația Nuffield și Scottish Education Department, ține cont de obiectivele învățării științei de către copii și de asemenea îndrumă profesorul către predarea situațiilor de învățare. Această formă de îndrumare este departe de a înlătura culegerile despre metodele de predare și cursurile bazate pe subiectul structurat folosite pînă acum. În abordarea recentă a predării profesorul trebuie să țină cont de necesitățile și nivelul de dezvoltare atins de elevi la fiecare stadiu și, ca rezultat, să adapteze situațiile de învățare la aceste cerințe. Examinarea și observarea stadiilor de dezvoltare sînt atunci un proces continuu și este necesară o activitate care să dea posibilitatea profesorului să planifice situațiile importante „de descoperire” ulterioare. Cursul vechi bazat pe subiectul structurat cere de asemenea o evaluare, de obicei sub forma unor examinări scrise date de elevi, dar nu măsoară gradul pînă la care elevul și-a „însușit” materialul prezentat. Datorită tendinței puternice către cunoașterea conținutului mai degrabă decît a înțelegerii și folosirii conceptelor fundamentale, a fost accentuată în mod natural clasificarea elevilor și aplicarea examinărilor la intervale periodice, guvernate de obicei de realizarea unui anumit curs structurat. Acest tip de curs nu oferă profesorilor posibilitatea să varieze experiențele de învățare ale elevilor și nu prea este luată în considerație corespondența dintre conținutul programelor și cerințele individuale ale elevilor la diferite nivele de maturizare.

Metodele de predare mai recente, încercînd să ghideze profesorul către examinarea și observarea nivelului de dezvoltare și către cerințele imediate ale elevilor, sugerează obiectivele de predare posibile și modul de abordare. Profesorul modern, posedînd cunoștințe despre aceste moduri diferite de abordare și tehnici de predare asociate, trebuie să fie în plus obișnuit cu teoriile actuale despre dezvoltarea copilului. Echipa care a proiectat Science 5/13⁴ scrie „Dorim să ajutăm copiii pe parcursul dezvoltării lor, astfel încît ei să poată realiza cît mai mult posibil corespunzător potențialului lor. Pentru a realiza aceasta trebuie să fim conștienți de calea abordată”. Recentul raport asupra matematicii din școala primară prezentat de Asociația matematicienilor abordează de asemenea teoriile despre dezvoltarea copilului și deși i se atribuie conținutului matematic o mare parte din raport, există o anexă care rezumă aceste teorii pentru a fi folosite de către profesor.⁵

Îndrumările recomandate profesorilor se bazează pe cercetările lui Piaget și ale colaboratorilor săi și în mod natural exprimă punctul de vedere de a se pune accentul în alcătuirea programelor școlare pe copil, mai degrabă decît pe subiect. În plus față de celelalte roluri pe care le are, profesorul trebuie să evalueze în mod continuu gradul de dezvoltare al elevilor săi, ținînd seama de faptul că cele învățate trebuie să aibă o semnificație pentru elev. Din nefericire îndrumările pentru o astfel de evaluare în clasă, referitoare la concepte și stadii de dezvoltare particulare sînt mult mai dificil de prezentat decît metodele de predare combinate și este evident că cei care planifică programele viitoare trebuie să țină cont de acest aspect, dacă nu dorim ca profesorii să se bazeze în întregime pe forma de evaluare sau pe teste, care sînt mai familiare celor care practică forma tradițională a programelor.

Examinarea dezvoltării conceptualizării la copiii mici în domeniul științelor naturii și matematicii a fost legată în mod natural de cîteva concepte fundamentale și cum aceste concepte apar în programele pentru școala primară, chiar dacă deseori în contextul unui „proiect” mai larg, pare rezonabil să se examineze diferitele stadii ale dezvoltării în termenii evaluării și procedeele de chestionare ale lui Piaget și să se ia în considerare valoarea lor de către profesor în planificarea experiențelor de învățare pe etape. Această carte încearcă să prezinte o astfel de abordare prin examinarea metodologiei și teoriilor lui Piaget și să introducă descoperirile cercetărilor noastre cu copiii din ultimii patru ani, ca niște concluzii ale colaboratorilor noștri în acest domeniu.

CE ESTE UN CONCEPT?

Înainte de a analiza formarea conceptului și situația de predare, merită să se examineze cîteva dintre principalele caracteristici ale teoriei lui Piaget și să se ia în considerare importanța lor pentru profesor.

Cercetările realizate de Piaget și colaboratorii săi nu au de-a face în mod direct cu problemele predării și pînă în prezent se cunoaște puțin

despre avantajele și dezavantajele diferitelor tipuri de abordare a predării. De fapt nu știm cum se poate facilita formarea conceptului. De exemplu nu există nici o evidență clară care să susțină teoria că explorarea liberă a mediului înconjurător accelerează conceptualizarea, față de situația de învățare din clasă, mai mult sau mai puțin formală. Totuși pare că multe caracteristici ale formării conceptului, care au fost observate în cercetări, trebuie să fie cuprinse în orice program de predare, dacă dezvoltarea și înțelegerea conceptului este unul dintre obiective.

Există însă inconvenientul ca scrierile tehnice ale lui Piaget să fie destul de dificil de citit de către cei care nu sînt implicați în cercetări similare și sarcina de a extrage factorii care dovedesc valoarea predării practice nu este ușoară. Într-adevăr, se menține punctul de vedere deseori exprimat că nu e suficient de evidentă capacitatea de a face afirmații precise asupra metodelor de predare adecvate pentru domeniul psihologiei dezvoltării. Credem totuși că influența din ultima decadă a lui Piaget asupra planificării desfășurării predării procură o încercare de a analiza și aprecia importanța pentru profesor a cîtorva rezultate obținute de această formă de cercetare.

Cuvîntul „concept” este destul de dificil de definit. Cînd ne referim la un anumit concept din științele naturii și matematică trebuie ca expunerea noastră să fie cît mai competentă, folosind cuvinte și expresii sau acțiuni, care descriu proprietățile atribuite conceptului. Pentru a exista o înțelegere deplină a unui concept particular trebuie să fim de acord cu acele proprietăți care-l caracterizează și pe care printre altele le putem observa. Aceasta înseamnă că atunci cînd un elev participă la activități care implică un concept, profesorul trebuie să se convingă că sînt folosite și descrise proprietățile atribuite. Elevul pe de altă parte trebuie să aplice experiența sa trecută despre concept în situația prezentă. Procesul de conceptualizare este atunci esențial. Experiența pe etape, însă variată, este o etapă necesară a procesului.

Pentru psiholog nu există o definiție consacrată a conceptului și în mod uzual sînt folosite ca definiții anumite criterii. Este folositor pentru profesor să aibă în vedere cîteva dintre aceste criterii cînd observă elevul.⁶ Acestea pot fi scrise sub forma următoare:

1. Conceptualizarea se poate spune că are loc cînd aplicația cunoștințelor anterioare și învățarea sînt aplicate cu succes în situația prezentă.

2. Conceptele sînt în mod esențial produsul tuturor experiențelor anterioare și răspunsurile la situații se bazează pe ele. Dacă cineva are o experiență într-o situație aparent similară dă un răspuns legat cu experiența avută; acest răspuns indică dacă persoana posedă un concept universal.

3. Completarea conceptului se bazează mult pe folosirea cuvintelor sau simbolurilor. Experiența anterioară trebuie să aibă legături cu prezentul și comunicarea este o parte esențială a acestui proces de legătură.

4. Conceptele sînt folosite de către o persoană în cel puţin două modalităţi. Prima se poate spune că este universală  i a doua personală.

Prin folosirea conceptului în mod universal individul exprimă ceea ce a înţeles într-un mod utilizat  i de toţi ceilalţi; este înţelegerea comună a conceptului. Folosirea personală este particulară individului, experienţa anterioară  i d  lui un punct de vedere care nu-i  mp rt  it de toţi. Dacă noile experienţe nu încurajează o schimbare a punctului de vedere, această înţelegere personală poate afecta expunerea conceptului  i astfel spunem că individul posedă un concept eronat. Conceptul de „paianjen”, de exemplu, poate fi utilizat de toţi în același mod în termeni de descriere fizică, dar la unii se adaugă implicaţia de oroare în timp ce alţii vor privi un paianjen în termeni ştiinţifici. Factorii emoţionali specifici unui anumit observator pot perturba înţelegerea sa într-un asemenea grad,  nc t să- i formeze un concept neadecvat în termeni universali, iar dezvoltarea ulterioară să poată fi st njenit . De exemplu, dacă un elev nu reu e te să înţeleagă anumiţi termeni din predarea unui capitol de matematică sau ştiinţele naturii, poate să-i apară un simţ m nt de neadaptare, care dacă nu este îndepărtat de către profesor, poate inhiba dezvoltarea ulterioară. Această idee are pentru profesor o legătură evidentă cu explorarea folosirii conceptului de către elev prin încurajarea discuţiilor  i întrebărilor, care să reliefeze proprietăţile conceptului  i ca rezultat să prezinte situaţiile de învăţare semnificative pentru elev.

5. Conceptul nu este întotdeauna raţional  i plin de înţeles. Un adult poate considera că o bluză albastră este mai răcoroasă la purtat dec t o bluză roșie, deoarece „lucrurile albastre sînt mai răcoroase dec t cele roșii”. Intuiţia joacă aici un rol  i este probabil o caracteristică comună a g ndirii copilului, deoarece experienţa sa este mai limitată. Presupuneri de tip intuitiv sînt caracteristici importante în formarea conceptului  i dau posibilitatea să motiveze elevului explorarea acestor presupuneri mai departe prin investigaţii raţionale.

6. Conceptele pot fi formate prin propria experien . O situaţie particulară poate duce la un răspuns constant  i cuprinzător, deși elevul poate să nu înţeleagă răspunsurile sale.  n mod normal astfel de răspunsuri nu ajută la dezvoltarea conceptuală  i profesorii trebuie să fie preveniţi că acest tip de răspunsuri este limitativ. Astfel de răspunsuri obi nuite nu înseamnă că acele caracteristici ale conceptului ilustrate de situaţia respectivă au fost analizate sau categorisite de către elev. Copilul va trebui să fie încurajat să exprime prin cuvinte proprii, sisteme de înregistrare  i experienţe practice, pentru a putea să- i dezvolte capacitatea de explorare  i analizare.

De aceea pentru a favoriza conceptualizarea este necesar ca predarea :

(i) Să exploreze utilizarea individuală a conceptului prin comunicare  i experienţe practice de natură înrudită.

(ii) Să încorporeze constatările obținute din experiențele anterioare în situații noi. Aceste situații pot nu numai să reîntărească experiența precedentă, dar pot să încurajeze și dezvoltarea ulterioară a conceptului.

(iii) Să considere dezvoltarea conceptului în termenii proceselor care leagă experiența anterioară cu situația nouă. Profesorul trebuie să aibă grijă să folosească în predare cuvintele și simbolurile adecvate și să dezvolte o succesiune a situațiilor de învățare.

(iv) Profesorul trebuie să fie implicat atât în evaluarea înainte cât și după prezentarea unei situații de învățare prevăzute.

FACTORI ÎN FORMAREA CONCEPTULUI

Legat de teoria lui Piaget despre dezvoltarea cognitivă a copiilor, un loc considerabil îl are descrierea fazelor sau stadiilor de dezvoltare ale proceselor de gândire și, în scopul elaborării programelor de predare, profesorii trebuie să fie înzestrați cu un cadru în care să construiască sau să sugereze situațiile de învățare în vederea promovării conceptualizării. Deoarece nu intenționăm să descriem pe de-a întregul aceste faze pe parcursul relatării (se sugerează a se citi la sfârșitul acestei secțiuni) este necesar să se noteze un număr de caracteristici specifice fiecărei faze. Înainte de a examina părțile des citate ale lucrărilor lui Piaget, totuși credem că este necesar să luăm în considerație și să accentuăm și ceilalți factori care sînt fundamentali în teoria lui Piaget.

Piaget descrie viața ca o „interacțiune creativă între organismul viu și mediul înconjurător”⁷ și conține interacțiunea, flexibilă și continuă între persoană și mediul înconjurător, ca implicînd două procese complementare numite **asimilare** și **acomodare**.

În **asimilare** persoana, care vede ceva nou, adaugă aceasta la cunoștințele sale prezente; el gîndește în termenii conformi conceptelor sale prezente. El „acționează într-o situație nouă așa cum a acționat în celelalte situații anterioare”. Asimilarea nu determină o schimbare în gândire, este un proces de adăugare de noi experiențe și de reflectare a acestora în planul gîndirii în același mod ca și în experiențele anterioare. Asimilarea este un proces important în învățare și Piaget face o distincție fină între asimilare și simpla asociere. Asimilarea implică un proces de gândire și un grad de analiză mintală. Subiectul trebuie să recunoască că noua situație are caracteristici similare cu experiența anterioară și apoi să gîndească despre „nou” în termenii cunoscuți din trecut. Cu alte cuvinte asimilarea nu este o reacție reflex negîndită la o situație și nu este un răspuns automat la un stimul existent. Tipul de reacție stimul răspuns este denumit de Piaget „asociație” și pentru el acesta nu constituie o parte a unui adevărat proces de învățare. „Asimilarea întărește cunoștințele obținute prin experiența precedentă; este integrarea oricărui fel de realitate într-o structură de gândire și această asimilare mi se pare că este fundamentală în învățare” scrie Piaget.⁸

Acomodarea, pe de altă parte, este un proces cu care o persoană, în încercarea de a face față noii situații, trebuie să-și modifice gândirea sa din experiențele anterioare. Numai prin această modificare poate face față noii situații. În procesul de acomodare copilul nu este mulțumit cu explicațiile care i-au servit în trecut, el modifică punctul său de vedere astfel încât să explice atît situația anterioară, cît și cea prezentă. Un copil de exemplu, familiarizat numai cu ușile batante, cînd este în fața situației de a deschide o ușă nouă folosește procesul de asimilare în încercarea de a o deschide, dar dacă această ușă este una glisantă el trebuie să-și modifice punctul lui de vedere despre uși în general. Pentru a avea succes în mod constant în deschiderea ambelor tipuri de uși, copilul trebuie să acomodeze noua situație la vechea învățare. Învățarea, deci, implică o interacțiune continuă între procesele de asimilare și acomodare.

Din punct de vedere al predării trebuie încurajate ambele procese ale gândirii. Asimilarea este legată de manipularea materialelor variate, dar utilizează experiențe similare. Astfel copilul ia în considerare noua situație și se gîndește la ea, fără a modifica termenii experienței precedente și profesorul urmărește dovezile prin care explicația dată este aceeași pentru experiențele similare. Un aspect al aștei predării este de a fi capabil să se aprecieze dacă experiențele care încurajează asimilarea sau cele care facilitează acomodarea sînt mai adecvate individului la un anumit moment. Experiențele care încurajează acomodarea necesită introducerea unei situații care produce un grad de conflict în mintea copilului; înțelegerea unei explicații anterioare nu servește situației noi. Copilul care face față noii situații și se răzgîndește, adică s-a acomodat, va cere experiențe ulterioare, care îl vor ajuta să asimileze și să întărească noile înțelegeri și cunoștințe. Artă profesorului include abilitatea de a judeca echilibrul experiențelor în dezvoltarea copilului pentru a promova cele două procese ale gândirii.

Trebuie accentuat la acest punct că simpla prezentare a unei experiențe unui elev nu garantează ca unul din cele două procese să aibă loc. Este posibil pentru experiența de „învățare” să fie stimulat un răspuns particular din partea elevului, care să satisfacă pe profesor, dar, deoarece elevul nu a fost pe deplin conștient de semnificația experienței, el nici nu a asimilat, nici nu s-a acomodat, ci simplu răspunde într-un mod automat. Aceasta este ceea ce Piaget numește **asociere**. Adesea astfel de răspunsuri date de elev sînt atît de „consistente” într-o situație particulară, încît fără o evidență a unei adevărate înțelegeri, adică fără descoperirea asimilării, deseori îl pot face pe profesor să creadă că „învățarea” a avut loc, deși nu a apărut nici o reală dezvoltare în gândirea copilului.

Aceasta înseamnă că simpla prezentare a experiențelor practice de învățare nu este suficientă pentru a încuraja conceptualizarea. Alți factori trebuie luați în considerație de către profesor, dacă se va avea în vedere dezvoltarea conceptului.

SEMNIFICAȚIA

Unul dintre acești factori este funcția pe care Piaget o denumesc **semnificație**. În semnificație elevul își dă seama că „a însemna”, „a avea un înțeles” (un cuvânt, un gest, un simbol, un desen etc.) este diferit de ceea ce el indică, dar cu toate acestea îl reprezintă. Piaget se referă la două tipuri de însemnări:

(i) *Simbolul*: acesta păstrează o asemănare efectivă, într-o formă sau alta cu ceea ce el simbolizează. De exemplu indicarea prin desen a unui triunghi.

(ii) *Semnul*: acesta nu păstrează nici o asemănare cu ceea ce indică. Cuvântul scris sau spus este deseori un semn, el nu se aseamănă cu ceea ce el semnifică.

La un stadiu timpuriu al dezvoltării, copilul nu este capabil să înregistreze înțelegerea semnificației; nu se păstrează asemănarea cu ceea ce el indică și ca urmare este fără înțeles. La un stadiu mai avansat modalitățile de expunere ale semnificației au înțeles, dacă se referă la un lucru, la un obiect concret sau ceva care poate fi văzut. Din nefericire elevul deseori aude și utilizează aceste modalități, simboluri sau cuvinte ambigui, care nu precizează definiția științifică; într-adevăr cuvintele pot avea diferite înțelesuri în diferite situații. Un exemplu este modalitatea de a semnifica „mărimea”. Un profesor poate folosi „mărime” când vorbește de mărimea pantofilor; mărime aici explică conceptul de lungime. La un stadiu și mai avansat volumul unui bloc de lemn poate fi referit la „mărimea” blocului, a cantității de lemn. Alte exemple de astfel de semnificații sînt cuvintele „cantitate”, „larg”, „gras”, „sumă” etc. Dacă se pun copiilor întrebări în termenii unor astfel de semnificații este deseori imposibil pentru elev să judece înțelesul la care s-a referit cel care întreabă. De aceea răspunsul obținut nu indică o concepție greșită din partea elevului, ci mai degrabă o înțelegere greșită a noțiunii folosite.

De aceea, cînd folosim un anumit procedeu de a pune întrebări, trebuie avut în vedere că elevul poate să nu înțeleagă termenii folosiți sau poate să creadă că termenul se referă la un concept, care nu are înțelesul lui obișnuit. Cercetările lui Piaget nu reușesc deseori să detecteze această înțelegere greșită și răspunsurile elevilor sînt deseori judecate numai în termenii concepției greșite. În experimentul în care o minge din plastilină este rulată sub formă cilindrică și întrebările puse sînt de forma „Este mai multă plastilină acum decît înainte?” însemnarea „mai multă” poate denota pentru copil lungime și ca urmare se dă un

răspuns corespunzător. Acesta poate fi judecat de cel ce pune întrebări ca o concepție greșită a ceea ce numim conservarea cantității de plastilină.

Folosirea obișnuită a semnificanților ambigui poate face învățarea extrem de dificilă pentru copil, care acceptă că anumiți termeni trebuie să aibă înțelesuri fixe și riguroase. De exemplu, un profesor trebuie să decidă în mod rezonabil folosirea termenului sau însemnarea „măsura suprafeței” pentru a indica aria. În timpul stadiilor intermediare descoperim că elevii au admis că această însemnare să aibă diferite înțelesuri după cum circumstanțele cereau în mod aparent. Un copil care admite că acest semn reprezintă aria, lungimea, perimetrul etc. răspunde în mod corespunzător ca și cum el manevrează înțelesul semnului. Deci s-a indicat o concepție greșită despre arie. Totuși când aceleorași elevi li s-au pus întrebări despre situații practice similare, dar s-au folosit însemnări de tip simbolic, de exemplu aria a fost indicată în termenii de „câmp cu iarbă”, s-au indicat concepte corecte despre arie. Pentru dezvoltarea comunicării între cel care învață și profesor, folosirea semnificanților este un pas vital și trebuie să fie luată în considerație cu grijă și urmărită în mod continuu pe parcursul predării.

La început și adesea pe o perioadă lungă, elevul trebuie să folosească modalități de semnificare, deseori de tipul simbolului, în strânsă asociație cu materialul concret, practic, care ilustrează pe cât de precis posibil conceptul indicat prin semnificant. La un stadiu ulterior, dar încă în asociație cu materialul concret o semnificare de tipul semnului înlocuiește forma simbolică și deoarece materialul însuși devine mai abstract (de exemplu scheme, diagrame sau numere înlocuiesc lucrurile reale) elevul este încurajat să folosească însemnarea aleasă cu o semnificație fixă. Pe măsură ce copilul se dezvoltă și utilizează procesele de asimilare și acomodare, semnificația poate fi folosită în explicarea unui gând sau a unui mod de gândire, adică pe un plan mai abstract. Folosirea este raportată la gândirea pe plan intern ca și la situațiile de natură concretă.

Dacă funcția semnificației este sărac dezvoltată, ea maschează nivelul de conceptualizare atins de elev și profesorul nu este capabil să judece acest nivel, deoarece elevul nu-l poate comunica. În cazul când gradul de semnificație atins de gândirea elevului este sub nivel, profesorul nu poate să constate dacă au loc situațiile de învățare importante și dacă asimilarea și acomodarea par să cauzeze o conceptualizare greșită, deoarece semnificația are pentru elev un înțeles diferit de cel al profesorului. Întrebarea „Este răspunsul evident greșit datorită conceptualizării greșite sau datorită înțelegerii greșite a semnificării utilizate?” trebuie să fie în mod continuu pusă, înainte ca profesorul să poată decide asupra experiențelor de învățare adecvate elevului.

Piaget a comentat problema folosirii însemnărilor când spune că „așa-numita aptitudine pentru matematică poate fi foarte bine o funcție a capacității de înțelegere a aceluia limbaj de către cel care învață ... În plus, deoarece toate sînt legate între ele printr-o întreagă disciplină

deductivă, nereușita sau lipsa de înțelegere a unei singure veriği din lanț atrage după sine o dificultate crescîndă în urmărirea legăturilor care se succed, astfel încît elevul care nu a reușit să se adapteze la un punct nu mai este capabil să înțeleagă ce urmează și începe să se îndoiască mereu de abilitatea sa: complexe emoționale, deseori subliniate de cei din jurul său, apoi se adîncește bariera care s-a format în inițierea sa care ar fi trebuit să fie abordată cu totul altfel " ¹⁰. Această afirmație se aplică de asemenea la înțelegerea conceptelor științifice.

De aceea, important este ca profesorul să fie atent la forma limbajului pe care-l folosește, cînd introduce și dezvoltă un concept în clasă și încearcă să construiască o punte peste „prăpastia dintre cadrul său de referință și cel al elevului său”. ¹¹

MATURIZAREA

Cînd se iau în considerare conceptualizarea și cunoștințele, deseori se face referință la doi alți factori, și anume la **maturizare și experiență**. Ambii sînt asociați cu ceea ce Piaget numește „stadiile sau fazele structurilor operatorii”. Pentru a înțelege „dezvoltarea cunoștințelor” Piaget accentuează ideea de „operație” și scrie „o operație este o acțiune interiorizată care modifică obiectul cunoașterii” — este un mod de a gîndi. În alt context el scrie „Atributul inteligenței nu este de fapt a contempla, ci „a transforma” și mecanismul său este în mod esențial unul operatoriu”. Cu alte cuvinte cînd un elev examinează un obiect el nu numai că percepe sau observă anumite calități sau măsuri, sau caracteristici, dar corespunzător cu profunzimea cunoștințelor lui, el acționează mintal și analizează sau „operează” cu aceste observații. Piaget a repartizat pe categorii aceste „operații” și, într-adevăr, descrie ceea ce el numește „stadiile de dezvoltare a structurilor operatorii”. El accentuează în mod constant că operațiile sînt mintale și merg dincolo de simpla observație sau privire sau înregistrare în chip mecanic. „A cunoaște un obiect, a cunoaște un eveniment este nu numai simpla privire a lui și realizarea unei copii mintale sau imagini a acestuia. A cunoaște un obiect este a acționa mintal asupra lui.” Iată cîteva exemple de operații:

Gruparea în clasă a obiectelor, care au anumite proprietăți comune.

Clasificare și incluziune.

Ordonarea, punerea obiectelor în serie.

Numărare și măsurare.

Correspondența numerică.

Conservare și reversibilitate.

La un anumit nivel de dezvoltare copilul operează asupra obiectelor înseși, proprietățile vizibile formează baza pentru operațiile sale mintale, dar la un nivel mai înalt el poate abstractiza informațiile din elementele examinate și trage concluzii, care nu se bazează pe proprietățile vizuale ale materialului. De exemplu: dacă prezentăm unui copil trei mingi de volume diferite, dar de mase egale și demonstrăm că ele sînt egale

ca masă prin măsurări perechi: $A = B$ (masa), $B = C$ (masa) și-l întrebăm despre masa lui A și C la un nivel timpuriu de dezvoltare, operațiile sale se vor baza cu precădere pe aparență însăși a obiectelor. El va conchide (va opera mintal) că C este mai mare decât A (ca masă). La acest stadiu el nu va putea abstractiza sau susține o operație mintală mai avansată ca: dacă $A = B$ (ca masă) și $B = C$ (ca masă), atunci A trebuie să fie egal în masă cu C .

În descrierea acestor stadii de dezvoltare a structurilor operatorii Piaget susține cu prudență că există o constanță în ordinea apariției stadiilor, „pînă acum această ordine constantă pare să fie confirmată (de alți cercetători), dar este evident necesar să mai avem încă multe date la dispoziția noastră”¹². Un număr de activități și metode de descoperire se bazează pe concepția dezvoltării stadiale. Este clar că în timp ce aceste tipuri de structuri operatorii au loc în perioada preșcolară, școala primară, elevului i se cere un grad de libertate de acțiune înainte de a admite ordinea sigură de apariție a diferitelor stadii. Valoarea pentru profesor a studiilor lui Piaget constă nu pe acceptarea expunerilor definitive despre ordinea apariției stadiilor, ci în examinarea reacțiilor copiilor la situațiile tipice ale lui Piaget, observînd tipul de structuri operatorii desfășurate efectiv de elev. Folosirea termenului „maturizare” nu este poate cel mai nimerit, deoarece el deseori denotă strict poziția dezvoltării copilului în această succesiune. Maturizarea implică o dezvoltare a complexității structurilor de gîndire, dar variază în mod esențial de la individ la individ. Maturizarea nu este un factor în conceptualizare, care poate fi aplicat în termeni generali la grupele de copii. Dificultatea planificării experiențelor de învățare conștientă în concordanță cu capacitățile individuale constă în faptul că profesorul are responsabilitatea procesului de învățare al întregii clase.

Deseori sînt citate maturizarea și stadiile de dezvoltare, cînd acestea sînt legate de vîrstă. Într-adevăr Piaget deseori indică vîrstele așa cum le-a notat la Geneva, dar este important de accentuat că vîrsta dă puține indicații despre maturizare sau asupra stadiilor de dezvoltare a conceptualizării. Este clar că alți factori, în plus față de maturizare, afectează conceptualizarea; nu este posibil să se definească stadiile de dezvoltare strict în termeni de vîrstă. Cercetarea noastră arată că forma mai avansată a operării logice poate să existe într-un mod sau altul la cîțiva copii în vîrstă de opt, nouă ani, dar această formă de operare apare de obicei la aproximativ unsprezece-doisprezece ani. Alte studii au expus caracteristici de întîrziere în comparație cu eșantioanele genezeze și mulți copii din gimnaziu au rămas la nivelul operațiilor concrete de gîndire. Din nou, această lipsă a legăturii clare cu vîrsta se adaugă la dificultatea programului de predare pe etape pentru întreaga clasă.

De aceea, pentru profesor, evidența zilnică indică o etapizare a învățării potrivită cu stadiile de maturizare ale fiecărui elev individual.

Aceasta indică lucrul în clasă individual sau pe micile grupuri și permite observația atentă din partea profesorului a nivelelor de dezvoltare rezultând obiectivele lui.

EXPERIENȚA

Un alt factor care afectează în mod evident dezvoltarea elevului de la un stadiu la altul este experiența. Experiența nu este numai primirea de indicații sau întărirea lor prin practica continuă în unele exerciții sau altele. Ea înseamnă că elevul explorează în mod activ și mai departe face legătura între date și descoperirile din aceste activități și de fapt ajunge la anumite concluzii. Dezvoltarea este indicată de abilitatea de a face legături între experiențe în moduri din ce în ce mai complexe.

De aceea, în clasă activitățile trebuie să fie alcătuite astfel încât să-i determine pe copii să exploreze, să investigheze probleme și să-și formuleze propriile lor idei și concluzii. Rolul profesorului este acela de a planifica, a anticipa și a îndruma. El încearcă să desemneze activitățile și să pregătească mediul care încurajează explorările semnificative și să îndrume cu precauție elevii săi către arta interpretării, deducției și implicației.

Piaget distinge două tipuri de experiențe; el le numește experiențe fizice și logico-matematiche. În primul caz copilul deduce proprietățile obiectelor ca un rezultat al experienței directe, de exemplu, prin cântărirea obiectelor el poate afla că cel mai greu obiect nu are întotdeauna și volumul cel mai mare. A doua experiență este o deducere mai subtilă. Aici copilul are deja experiența directă a obiectelor, dar face deducții logico-matematiche ca rezultat al mînuirii lor. De exemplu, noțiunea de egalitate a fracțiilor $\left(\frac{1}{2} = \frac{3}{6} \text{ etc.}\right)$ poate fi descoperită prin experiența directă prin tăierea unei figuri din hîrtie — o proprietate matematică, abstractă este descoperită ca un rezultat al mînuirii obiectelor.

Astăzi asociem astfel de activități cu aparate ca atare construite și folosirea unor astfel de modele este un aspect important în activitatea din clasă. Din nefericire este extrem de ușor să alunecăm pe panta obișnuinței de a face apel la o serie de exerciții mecanice, care nu cer din partea elevului să facă legătura între date și să tragă concluzii. De prea multe ori tot ce se cere este o serie de măsurări și un răspuns în loc de deducții [și mai ales de inducții]. În pregătirea îndrumărilor noastre pentru predare am încercat să încorporăm atît experiențele logico-matematiche, cît și cele fizice și să încurajăm elevii să realizeze investigații care fac apel la acestea pentru a gîndi la acțiunile lor și a trage concluzii.

Oamenii nu urmăresc în mod necesar un drum gradat către o anumită înțelegere. Înțelegerea nu este deseori o schiță progresivă; credem

că „Evrîca, am aflat” este mai obișnuită la ființele umane. De aceea experiențele și activitățile din clasă nu trebuie restrînse la un exercițiu, care caută să promoveze o anumită descoperire. Este important să pregătim un număr de activități variate, toate alese să încurajeze aceeași deducție sau gîndire. De aceea sugerăm deseori un număr de activități care au legătură unele cu altele și cerem profesorului să ia în considerație listele cu materiale suplimentare, precum și să proiecteze activități ulterioare cu aceeași temă.

Ca ultim mijloc de învățare nu se recurge la influențele exterioare — trebuie să vină de la însuși cel care învață; așa cum Smedslund în cercetările despre Piaget a remarcat „Concluziile logice nu derivă din nici o proprietate a lumii exterioare, ci din relația dintre subiect și activitățile lui”.¹³

Ultimul factor care influențează conceptualizarea a fost numit de Piaget **echilibrare**.

ECHILIBRAREA

Odată o teorie largă despre dezvoltarea mintală a considerat că instruirea și dezvoltarea erau independente una de alta. Dezvoltarea a fost asociată cu maturizarea și progresul treptat în concordanță cu legile naturii. Instruirea a fost folositoare numai în legătura strînsă cu stadiile de dezvoltare atinse de elev. Scriind despre dezvoltare și instruire Vygotsky spune¹⁴ „Cea dintîi creează potențialitățile, ultima se bazează pe ele. Educația este privită ca o suprastructură ridicată prin maturizare... O singură direcție a relației este astfel recunoscută. Învățarea depinde de dezvoltare, dar cursul dezvoltării nu este afectat de învățare.” Această noțiune de „dispoziție pentru învățare” a colorat punctul de vedere al multor adepți ai metodelor de predare și într-adevăr asistăm la influența acestei teorii în scrierile lui Piaget, care susține că gîndirea copilului trece prin anumite faze sau stadii indiferent de instruirea pe care o primește. Cercetătorii care au reluat activitatea sa confirmă în general ordinea acestor stadii, dar nu sîntem atît de siguri că gradațiile fine din întreaga teorie dezvoltată a lui Piaget sînt atît de rigide, după cum sînt deseori susținute și nici, de exemplu, nu sîntem siguri că elevii care nu reușesc să conserve proprietățile și se bazează pe percepție, în loc să facă deducții în anumite activități nu sînt capabili să utilizeze logica în alte experiențe.

Ceea ce putem spune cu anumită certitudine este că înțelegerea greșită, descrisă de Piaget, apare la elevii mici și scopul unei bune predări este de a încuraja copiii care manifestă aceasta să „gîndească din nou”.

Mai recent am recunoscut că maturizarea este un factor indiscutabil care afectează dezvoltarea, însă ne-am dat seama că experiența

și comunicarea sau semnificația joacă rolul lor. Dezvoltarea conceptualizării este legată de toți cei trei factori printr-un altul numit echilibrare. Piaget denumește acest proces mintal ca un proces de „autoreglare”. O persoană care a atins un anumit nivel de maturitate este capabilă să tragă profit din anumite experiențe de învățare. Când asimilează aceste noi experiențe opiniile precedente se întăresc sau se modifică, se produce o dezvoltare și este atins un nou nivel de „echilibru” mintal. Piaget vede această balansare între nivelul de maturitate și experiențele care se modifică drept o cheie către conceptualizare. Se afirmă că există o limită a tipurilor de experiențe de învățare și a ritmului de însușire al elevului pentru a profita la un anumit nivel de maturizare. Dacă noțiunile implicate în experiențele prezentate sînt superioare stadiului de dezvoltare atins de elev, ele sînt fără înțeles, sau cu cuvintele lui Hunt ¹⁵: „interacțiunea lui (a elevului) cu situația nu are un efect mai mare asupra structurilor lui conceptuale decît, cum se zice, *a vorbi la pereți*”.

De aceea profesorul trebuie să țină cont de ceea ce înțelege sau nu elevul înainte ca să încerce să proiecteze experiențele pentru învățare la nivelul dezvoltării atins de elev. În acest scop am accentuat necesitatea evaluării și am inclus asemenea întrebări în sugestiile noastre pentru profesor.

Deoarece scopul nostru a fost să încurajăm dezvoltarea conceptuală a elevului prin activități de învățare pe etape a trebuit să ținem cont de ce evidență avem nevoie, pentru a conchide că dezvoltarea a avut loc. Piaget ¹⁶ a sugerat trei întrebări necesare înainte ca predarea să fie considerată reușită. Aceste întrebări sînt:

(1) Această învățare este temeinică? Ce rămîne după două săptămîni sau o lună?

Se afirmă că dacă a avut loc o învățare adevărată se va atinge o nouă stare de echilibru și învățarea va fi temeinică.

(2) Pînă unde merge generalizarea?

Învățarea duce prin transfer la generalizare. Este învățarea legată de o experiență sau activitate izolată sau este aplicată în general în toate condițiile similare?

(3) În cazul fiecărei experiențe de învățare care a fost nivelul operatoriu al subiectului înainte de experiență și ce mod de gândire mai complex a realizat prin această învățare?

Această analiză „înainte și după” este o apreciere importantă, dar mai poate încă exista o latură slabă în metodele noastre de predare pe care nu am luat-o în considerație suficient și anume valoarea procedeeleor de apreciere înainte de a începe o etapă particulară de predare.

Odată discutați factorii care afectează dezvoltarea conceptuală vom descrie pe scurt stadiile sau perioadele de dezvoltare evidențiate de Piaget.

TEORIILE LUI PIAGET DESPRE STADIILE DE DEZVOLTARE

S-a scris mult despre stadiile lui Piaget și în prezent sînt puse la dispoziția profesorilor o serie de rezumate. Nu vom intenționa să repetăm activitatea altora referitor la acest subiect, dar sperăm ca bibliografia de la sfîrșitul acestui capitol să încurajeze lecturi suplimentare.

Piaget distinge patru perioade principale de dezvoltare, pe care le-a numit respectiv (1) stadiul senzorio-motric, (2) stadiul preoperatoriu, (3) stadiul operațiilor concrete și (4) stadiul operațiilor abstracte.

STADIUL SENZORIO-MOTRIC

Acesta durează aproximativ primii doi ani din viață. De-a lungul acestei perioade, copilul progresează de la acțiunile reflex din naștere prin acțiunile repetate implicînd cauza și efectul și imitarea deliberată și sistematică pînă la acțiunile care depind de memorie și planificarea simplă. La acest stadiu copilul se bazează cu dificultate pe ceea ce vede și încercările sale de a ordona și organiza activitățile sale sînt legate de frecvența experiențelor sale cu aceste activități. Mediul înconjurător stimulat și atenția asociată s-au constatat că sînt aici de mare importanță și deși acest stadiu nu intră în discuțiile noastre despre conceptualizare, el totuși ne determină să reflectăm asupra importanței diferitelor experiențe și activități stimulative în general, pentru o astfel de dezvoltare.

STADIUL PREOPERATORIU

Ezităm să indicăm durata acestor stadii în ani dar, în trecere, notăm că acest stadiu corespunde perioadei preșcolare. Acesta a fost împărțit în două substadii numite substadiul preconceptual și substadiul gîndirii intuitive.

SUBSTADIUL PRECONCEPTUAL

Copilul începe acum să asocieze sau să reprezinte un lucru prin altul. De exemplu, anumite sunete reprezintă toate vehiculele sau cuvîntul „Tată” reprezintă toți bărbații. Ulterior, limbajul este folosit pentru a face referință la evenimentele sau experiențele trecute și încurajarea utilizării cuvintelor este o cheie obiectivă pentru părinți și educatori. Jocul și acțiunile simbolice sînt caracteristici ale dezvoltării și se prezintă raționamente elementare. Totuși acest raționament nu-i permite copilului să relateze cunoștințele lui în mod logic. Toate aceste observații rămîn ca biți individuali de informație, care nu se pot coordona împreună. De exemplu, cînd i se cere să deseneze un om, un copil desenează mîini și brațe, cap și trunchi în mod separat și cîteodată greșit. El recunoaște părțile dar nu le unește împreună. În mod similar copilul nu are concepția

de ordine, dar este capabil să combine obiectele în perechi egale. De-a lungul acestei perioade procesul de învățare apare în mod pregnant și dezvoltarea nu poate fi legată numai de maturizare.

SUBSTADIUL GÎNDIRII INTUITIVE

Copiii sînt acum capabili să justifice gîndurile sau activitățile, dar punctul lor de vedere este dominat de ceea ce văd, gîndirea lor este egocentristă. Ei sînt capabili să-și reamintească numai o relație sau informație la un moment dat; ei nu pot coordona doi sau mai mulți biți de informație pentru a forma o concluzie. Această limitare a puterii lor de gîndire le permite să-și schimbe repede opiniile lor despre ceea ce cred. Cauzele sînt deseori date drept efecte, dar cîteodată aceste cauze sînt lipsite de logică, deși este evident că copilul încearcă să înțeleagă problema.

Corespondența unu la unu începe să fie înțeleasă, dar nu există o concepție reală de măsurare; utilizarea unui băț de măsurat sau a unei rigle gradate nu este înțeleasă. Principiul conservării cantităților nu este înțeles. De exemplu, lichidul turnat dintr-un pahar scurt și larg în altul înalt și îngust este interpretat ca o schimbare de volum; noțiunea logică a reversibilității („poate fi turnat la loc pentru a fi ca mai înainte”) nu este evidentă pentru copii. Ei se bazează în întregime pe ceea ce văd la un anumit moment, operațiile lor nu sînt legate sau combinate în mintea lor. Acest mod de a gîndi a fost descris ca „o deplasare continuă înainte și înapoi între diferitele aspecte ale situației, cu mare influență asupra caracteristicilor perceptuale date, dar fără a face legătura între informațiile implicate.”

Clasificarea obiectelor în grupuri sau mulțimi și subgrupuri sau submulțimi prezintă dificultăți și intrigă pe copiii de această vîrstă. De asemenea în desen ei exprimă ceea ce știu, dar nu ceea ce văd în momentul respectiv. Desecele à la Picasso cu profilele feței cu doi ochi sînt obișnuite; copilul nu este capabil să analizeze ce poate vedea dintr-o anumită poziție. Vocabularul este dezvoltat într-un ritm destul de rapid și datorită acestuia se presupune deseori că copiii și-au dezvoltat concepte care fac legătura cu cuvintele folosite. Aceasta este departe de adevăr și încă odată, activitățile care implică acțiunea și comunicarea directă și încurajează exprimarea opiniei și gîndurilor de către copii cer să fie pregătite cu grijă de către profesori. Rolul profesorului de ascultător perspicace este de mare importanță.

STADIUL OPERAȚIILOR CONCRETE

Aici există un echilibru continuu între procesele de asimilare și acomodare. Copilul începe să demonstreze abilitatea de a clasifica și a plasa obiectele în ordine. Totuși, el este încă preocupat de evenimentele reale; el este capabil să raționeze, dar aceasta depinde, în mare măsură

de ceea ce vede, simte sau manipulează. Conservarea și reversibilitatea încep să fie demonstrate și acum sînt posibile operațiile simple matematice. Folosirea logicii rămîne la un nivel foarte simplu. Întrebările care implică clasificarea ca „denumește un animal care începe cu D” pot fi rezolvate la acest stadiu, dar aflarea unui sistem de cîntărire pentru a determina ordinea maselor a patru sau cinci obiecte depășește posibilitatea copiilor. Încercarea, eroarea și acțiunea prezentă sînt aici singura cale de soluționare. Utilizarea logicii înaintea acțiunii este rar demonstrată. Copiii sînt acum capabili să măsoare lungimea, unghiurile, aria și masa obiectelor, dar găsesc dificilă compararea, dacă se introduc alte variabile care împiedică compararea directă. De exemplu, întrebările despre diferențele de masă ale obiectelor de diferite volume și materiale introduc complicații care pun în încurcătură pe copii.

Ideea de perspectivă este realizată încet și întreaga perioadă este caracterizată de o curiozitate dependentă de ceea ce este vizibil și tangibil. Comanda cu ajutorul limbajului continuă să crească, dar deseori cuvintele sînt folosite fără ca semnificația lor să fie înțeleasă. Într-adevăr, semnificația cuvintelor folosite este deseori schimbată de copii și semnificațiile asociate cu o experiență particulară nu sînt aplicate în mod constant. Dacă sînt în dubiu în explicarea anumitor observații ei recurg de obicei la raționamentul bazat pe percepție, pe ceea ce văd, mai degrabă decît pe logică. Deși Piaget a subîmpărțit acest stadiu în cîteva diviziuni mai mici și deși nu este sigur că acestea urmează una după alta într-o ordine fixă la toți indivizii este adevărat că aceste caracteristici se manifestă într-o formă sau alta la toți copiii de o anumită vîrstă (de la șapte la unsprezece ani) studiată de noi. Aceasta implică că profesorii trebuie să observe copiii și să asculte cu grijă punctele lor de vedere în scopul de a planifica o învățare eficientă. Activitățile directe de acest tip utilizează mult material practic și trebuie planificate cu grijă, iar forma de comunicare și terminologia utilizată trebuie să fie luată atent în considerație. Capacitatea de învățare este mare în această perioadă, dar dacă experiențele prezentate nu sînt strîns legate de nivelul de dezvoltare atins de elev, atunci ele sînt fără folos. Experiențele prea ușoare sînt ca niște repetiții plictisitoare, în timp ce la cele de înalt nivel nu se poate face față, și așa cum remarcă Hunt „consecința este o perturbare emoțională”. În legătură cu aceasta apare problema ritmului de însușire. Acesta variază mult de la individ la individ și probabil în această perioadă diferența dintre „cel ce învață cel mai repede” și „cel mai încet” este maximă. Deoarece noi am început să recunoaștem că în general capacitățile dintr-o clasă variază în mod considerabil de la elev la elev, încercăm să legăm predarea de nevoile indivizilor, desfășurînd o intensă activitate pentru examinarea ritmului de învățare al elevilor de-a lungul acestui stadiu, precum și cel al operațiilor abstracte.

Aici copiii sînt capabili să vadă lumea din diferite puncte de vedere. Ei pot analiza datele posibile ale acțiunilor și oferi o serie de explicații ale evenimentelor, precum și să deducă care dintre aceste explicații este cea mai probabilă. Gîndirea lor nu se mai bazează numai pe acțiunea directă; ei sînt capabili să-și imagineze, să presupună, să facă ipoteze și pot proiecta experiențe care să confirme punctul lor de vedere asupra datelor unor anumite acțiuni. Puterea de gîndire prezentată aici este esențial logică și abstractă de la sine. Piaget a descris aceste operații logice în termenii matematicii utilizați în propozițiile logice. Pentru scopul nostru este suficient să spunem că acum elevul este capabil să gîndească în termenii următoarelor întrebări:

„Ce s-ar întîmpla dacă . . .“

„Cum poți arăta aceasta . . .“

„Proiectează o metodă a . . .“

„Crezi că John are dreptate? Dacă nu, de ce?“

„Care sînt cauzele probabile ale . . .“

„Poți explica de ce . . .“

Toate răspunsurile vor demonstra utilizarea analizei logice și clare ale problemelor. Acest stadiu nu este deseori atins decît în jurul vîrstei de doisprezece-treisprezece ani (și chiar la o vîrstă mai mică pentru cîțiva elevi), dar am notat că răspunsurile cîtorva copii în vîrstă de șapte sau opt ani arată că au atins acest stadiu.

În plus, cercetările noastre arată că majoritatea copiilor nu se încadrează exact în unul sau altul dintre aceste stadii. Mulți sînt într-un stadiu de tranziție și în scopul de a progresa mai departe ei au nevoie de experiențe corespunzătoare abilităților lor la acel moment.

Ne-am reîntors ca într-un ciclu la introducerea noastră și la discuția despre procesul de gîndire științifică. Teoria lui Piaget și aceste procese se interpătrund. Pentru noi ambele implică un proces de învățare pe etape și de aceea am fost tentați să oferim îndrumări de predare pentru trei concepte fundamentale, dîndu-ne totodată seama, că mai este mult de învățat despre învățare.

„Deși educația poate cizela în mod asemănător pe diferiți indivizi, ea păstrează urmele adînci ale diferitelor temperamente. Și stăpîn pe sine omul trebuie să difere unul de celălalt prin temperament și prin comportamentul rezultat. A dezvălui aici cauzele secrete a acestor diferențe depășește puterea mea“ (Lucretius — „Natura universului“, 70 î.e.n.).

Bibliografie de referință

- (1) Piaget, J. *Science of Education and the Psychology of the Child*. Longmans.
- (2) și (3) *Nuffield Junior Science Project: Teachers' Guide*. Collins.
- (4) *Science 5/13: With Objectives in Mind*. MacDonald Educational.
- (5) *Primary Mathematics, a Further Report for the Mathematical Association*, G. Bell & Sons Ltd.
- (6) și (9) Vinacke, W. E. *The Psychology of Thinking*. McGraw-Hill.
- (7), (8) și (16) Piaget, J. *Development and Learning*. Journal of Research in Science Teaching, vol. 2, 1964.
- (10) și (15) Hunt, J. McV. *Intelligence and Experience*. Ronald Press, New York.
- (11) Barnes, D., Britten, J., Rosen, H. și the L.A.T.E. *Language, the Learner, and the School*. Penguin.
- (12) Piaget, J. *Psychology and Epistemology: Towards a Theory of Knowledge*, Penguin.
- (13) Siegel, I. E., Hooper, F. H. *Logical Thinking in Children*. Holt, Rinehart and Winston.
- (14) Vygotsky, L. S. *Thought and Language*, M.I.T. Press.

Bibliografie

Cărți introductive despre teoria lui Piaget:

- Beard, R. M. *An Outline of Piaget's Developmental Psychology*. Routledge & Kegan Paul.
Boyle, D. G. *A Student's Guide to Piaget*. Pergamon Press.
Thompson, R. *The Psychology of Thinking*. Pelican. (O carte veche dar încă folositoare.)

Cărți care tratează destul de profund teoriile lui Piaget:

- Flavell, J. H. *Developmental Psychology of Jean Piaget*. Van Nostrand.
Hunt, J. McV. *Intelligence and Experience*. Ronald Press, N. Y.
Siegel, J. E. și Hooper, F. H. *Logical Thinking in Children*. Holt, Rinehart & Winston.
Wallace, J. G. *Concept Growth and the Education of the Child*. N.F.E.R.

O carte care prezintă stadiile lui Piaget ca o replică a experimentelor sale cu copiii și prezentată într-o manieră adecvată profesorilor este:

- Sime, M. A. *Child's eye view*. Thames and Hudson.

Cărți care tratează problema comunicării, limbajului și formării conceptului:

- Barnes, D., Britten, J., Rosen, H. și L.A.T.E. *Language, the Learner and the School*. Penguin;

iar la un nivel mai avansat:

- Piaget, J. *The Language and thought of the child*. Routledge & Kegan Paul.
Vygotsky, L. S. *Thought and Language*. M.I.T. Press.

Surse de bază

- Inhelder, B. și Piaget, J. *The Growth of Logical Thinking from Childhood to Adolescence*. Routledge & Kegan Paul.
Inhelder, B. și Piaget, J. *The Early Growth of Logic in the Child*. Routledge & Kegan Paul.
Piaget, J. *Six Psychological Studies*. University of London Press.

Un bun rezumat al cercetărilor până în prezent poate fi găsit în revista *Educational Research* vol. II, 1968—69, N.F.E.R. intitulat *The Development of Scientific Concepts in Young Children* by W. Harlen.

Cărți care tratează legătura dintre teoria lui Piaget și profesorul din clasă sînt puține, dar se recomandă spre a fi citite trei:

- Lovell, K. *The Growth of Basic Mathematical and Scientific Concepts in Children*. University of London Press. Această carte se referă la cercetările făcute pînă în 1950, dar este încă excelentă.
Fogelman, K. *Piagetian Tests for the Primary School*. N.F.E.R. O cărticică care expune în mod critic metodele de a pune întrebări ale lui Piaget.
Piaget, J. *Science of Education and the Psychology of the Child*. Longmans. Aceasta este o trecere în revistă de către însuși Piaget a metodelor de predare.

Lei 8